Reflexões sobre possíveis Significados para Frações

Marilia Rios de Paula
marilia.rios@yahoo.com.br
Associação Educacional Dom Bosco - AEDB

RESUMO
O presente artigo é parte integrante da dissertação de mestrado intitulada "Razão como taxa: Uma proposta de ensino para a sala de aula de matemática", que foi defendida no curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). E tem como proposta relacionar algumas visões de autores, que nos levem a ter uma observação mais abrangente do que tem sido estudado e pensado sobre frações. Esse momento de nossa pesquisa foi de grande valia para elucidar percepções sobre o tema.

Palavras-Chave: Educação Matemática; Frações; Produção de significados.

1. INTRODUÇÃO

Esse artigo é parte integrante de nossa dissertação de mestrado "Razão como taxa: Uma proposta de ensino para a sala de aula de matemática" e tem como objetivo apresentar nossa pesquisa com relação ao tema fração, tendo como referencial teórico o Modelo dos Campos Semânticos, que foi de fundamental importância para nossa leitura sobre o tema.

A relação existente entre as noções de fração, razão, razão como taxa e proporção nos sugerem que devemos considerá-las em nossa pesquisa sobre o tema, pois podemos relacionar algumas concepções de autores e ter uma observação mais abrangente do que tem sido estudado e pensado sobre frações. Observamos também, que a fração abrange distintos conteúdos matemáticos, por isso, em nosso artigo abordaremos contribuições de trabalhos intitulados como Números Racionais, Números Fracionários, Proporcionalidade, entre outros, para através dessa junção, tentar constituir uma visão mais clara sobre esse tema.

Observamos a necessidade de apresentar duas noções de nosso referencial teórico, Modelo dos Campos Semânticos, com objetivo de explicar o que estamos querendo dizer quando nos referimos a significado e produção de significado.

Segundo Silva (2003), a noção de significado de um objeto, deve ser entendida como aquilo que o sujeito pode e efetivamente diz sobre um objeto no interior de uma atividade. Como consequência, dizer que um sujeito produziu significados é dizer que ele produziu ações enunciativas a respeito de um objeto no interior de uma atividade. Além disso, produzir significados não se refere a tudo o que numa dada situação o sujeito poderia ou deveria dizer de um objeto e sim o que ele efetivamente diz sobre aquele objeto no interior daquela atividade.

Observe que o significado não está ligado a conhecimentos que o aluno não contém, e sim, o que ele sabe, como ele vê e como ele constitui seu conhecimento em relação a um determinado assunto.

2. RESUMO

Elucidaremos pontos colocados por diversos autores, de modo a criar uma reflexão e gerar questionamentos com relação ao tema frações. Em um primeiro momento, argumentaremos sobre a possibilidade do não aprendizado do aluno. Em seguida, vamos expor uma posição com relação à formação de professores, que de forma sucinta possibilite uma reflexão sobre quem são esses professores que lidam com esse tema, e por último, apresentaremos algumas concepções atribuídas a esses temas.

3. FRAÇÕES

Em nossa leitura notamos que os autores Bezerra (2004), Nunes (2004), Lopes (2008) e Silva (2008) concordam com relação à dificuldade que os alunos têm em produzir diferentes significados com relação às frações. Todos parecem observar que a existência de diferentes possibilidades para a produção de significados desse conteúdo fica implícita o suficiente para não serem percebidas, gerando uma ideia de que elas poderiam ser entendidas facilmente, o que, segundo as pesquisas, não acontece. Observamos que segundo nosso referencial teórico, a produção de significados do aluno deve ser analisada de uma forma diferente; não devemos procurar na fala do aluno significados que estão fora dela. Em outras palavras, não devemos procurar que ele diga o que estamos esperando, não devemos analisá-lo pela falta, e sim ouvi-lo, para saber do que ele está falando e qual significado ele está produzindo para aquele assunto no desenvolver daquela determinada atividade.

Lopes (2008) chega a questionar a permanência das frações no currículo atual, pois segundo ele, a abordagem que é realizada hoje prestigia "um ensino marcado pelo mecanicismo, pelo exagero na prescrição de regras e macetes, aplicações inúteis, conceitos obsoletos, "carroções", cálculo pelo cálculo" (LOPES, 2008, p. 20). Para isso, se respalda em Peter Hilton, que apresenta cinco defeitos no currículo relacionados com as frações: "aplicações enganosas, confusões com a função dos decimais, ausência de cuidado com definições e explicações, desonestidade de apresentação e paixão pela ortodoxia" (LOPES, 2008, p. 03).

O autor completa afirmando que isso gera a dificuldade apresentada pelos alunos e professores com relação aos possíveis significados que a fração pode assumir. Apresenta como proposta que o currículo deva ser tratado em espiral, pois em todas as séries do Ensino Fundamental e Médio o aluno deve passar por distintas experiências com relação à fração, que se associem à realidade ou não.

Sobre a desonestidade de apresentação citada por Lopes, podemos dizer que ela pode acontecer quando o professor não elucida para o aluno com que significado da fração ele está operando no momento. Por exemplo, pode ser lido como dois terços, como dois dividido por três, como dois está para três, como a cada três tenho dois, etc. Essas concepções são distintas e podem envolver operações diferentes, que exijam formas de pensar diferentes. Mas, essa apresentação feita sem muita preocupação com os possíveis significados que as crianças podem estar produzindo pode ocorrer pelo fato do professor ter naturalizadas essas mudanças de significado na forma de operar. Assim, enquanto explica um determinado conteúdo ou exercício, facilmente transita entre esses diferentes modos de produzir significados e possivelmente não observa que para o aluno (e até mesmo para ele) essas mudanças são fundamentais para entender, que existem operações distintas com relação a um mesmo símbolo matemático. 32

Campos e Magina, ao citar Nunes e Bryant (1997, pg. 191), afirmam que um dos motivos da dificuldade dos alunos na aprendizagem de frações, está no fato de que os professores podem criar falsas impressões sobre seu aprendizado, pois:

> às vezes as crianças parecem ter uma compreensão completa das frações e ainda não a têm. Elas usam os termos fracionários certos; falam sobre frações coerentemente, resolvem alguns problemas fracionários; mas diversos aspectos cruciais das frações ainda lhes escapam. De fato, as aparências podem ser tão enganosas que é possível que alguns alunos passem pela escola sem dominar as dificuldades das frações, e sem que ninguém perceba. (NUNES; BRYANT, 1997, p.191 apud CAMPOS; MAGINA, p. 26, 2008)

Com isso, os alunos, e também alguns professores, utilizam técnicas e métodos para decorar alguns algoritmos básicos para resolver problemas que envolvam frações, e isso se justifica, segundo Bezzera (2004), pelas “inúmeras dificuldades que as crianças têm com o conceito de fração” (KERSLAKE, 1986; KOYAMA, 1997; NUNES E BRYANT, 1996; WATANABE, REYNOLDS & LO, 1995; Catalani, 2002 apud BEZERRA, 2004, p. 01) e pela falta de autonomia dos professores “em elaborar atividades para o ensino de números fracionários” (SILVA, 2008, pg. 57).

Segundo Silva (2005), essa falta de autonomia pode se dar pelo fato do professor ter cursado uma licenciatura que apresenta uma abordagem formal-lógico-dedutiva, tratando uma variedade de ideias matemáticas como enunciadas formais, o que faz com que poucas vezes seus alunos sejam colocados em situações de ação, o que possibilitaria, segundo a autora, a construção de seu próprio conhecimento.

Silva (2005) realizou uma pesquisa com futuros professores das séries iniciais do ensino fundamental para levá-los a perceber as diferenças que existem nos conceitos da fração, colocando frente a eles situações que elucidavam as diferenças entre as concepções parte/todo, medida e quociente. Percebeu em sua pesquisa, que os professores introduziam os números fracionários nas séries iniciais privilegiando o procedimento de dupla contagem das partes, em que a fração é vista como dois números naturais que representam a quantidade de partes de uma superfície, que foi dividida em partes iguais. Afirmou que esse tipo de abordagem pode gerar erros como, por exemplo, o de associar na figura 1 respectivamente a fração $\frac{2}{8}\ e\ \frac{1}{7}$.

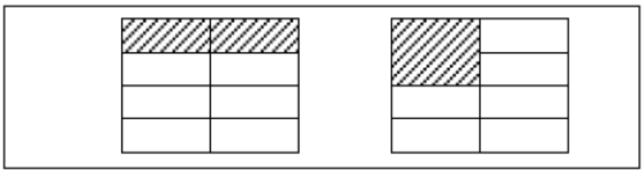

Figura 1: representação geométrica de fracionário (SILVA, 2005, p. 15)

Foi observado também que os sujeitos dessa pesquisa ficam mais seguros ao trabalharem com a concepção parte/todo e mais inibidos com outras concepções.

Ao citar Almouloud e outros (1988), que apresentaram um trabalho sobre as características que os professores podem assumir em sua formação, Silva (1998) completa que:

> Uma capacitação que leva em consideração aspectos didáticos e matemáticos levaria estes professores a melhor estudar os fenômenos ligados ao ensino-aprendizagem dos conceitos matemáticos e a desenvolver situações-didáticas que permitam ao aluno agir, falar, refletir e evoluir por sua iniciativa própria. (ALMOULOUD e outros, 1998, p.11 apud SILVA, 2005, p.17)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) que tratam das primeiras séries do ensino fundamental, também trazem a necessidade do professor

> ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções. (BRASIL, 1997, p. 29)

E a importância do professor produzir diferentes significados com relação às frações surge também com o fato de que, para o aluno,

> o contato com representações fracionárias é bem menos frequente; na vida cotidiana o uso de frações limita-se a metades, terços, quartos e mais pela via da linguagem oral do que das representações. (BRASIL, 1997, p. 103)

Além dessa restrição de representações no cotidiano, os diferentes significados podem gerar interpretações distintas da mesma fração, pois

> dividir um chocolate em 3 partes e comer 2 dessas partes é uma situação diferente daquela em que é preciso dividir 2 chocolates para 3 pessoas. No entanto, nos dois casos, o resultado é representado pela mesma notação: 2/3. (BRASIL, 1997, p. 103).

Com isso, os PCN's da primeira parte do Ensino Fundamental concluem que com relação ao ensino das frações, é importante observar que visto as interpretações dos conceitos desses números

> pressupõe uma organização de ensino que possibilita experiências com diferentes significados e representações, o que demanda razoável espaço de tempo; trata-se de um trabalho que apenas será iniciado no segundo ciclo do ensino fundamental e **consolidado nos dois ciclos finais.** (BRASIL, 1997, p. 104, grifo nosso)

Observamos com isso, que a ênfase Na apresentação de possíveis e diferentes significados das frações, segundo os PCN's, devem ser realizadas do 6º ao 9º ano, mas que a forma como isso será feito do 1º ao 5º ano influenciará essa segunda etapa de forma significativa, e por isso a formação desses professores nos foi assunto de interesse.

Com relação ao trabalho que o professor do segundo ciclo do ensino fundamental deveria realizar, Romanatto (1999) nos propõem que

> um caminho promissor para o processo de ensino aprendizagem dos números racionais seria o professor eleger atividades, exemplos e situações-problema que pudessem concretizar os mais variados contextos nos quais tais números fossem empregados. O que diferenciaria tais contextos não seriam as atividades ou as situações-problema trabalhadas, mas as relações matemáticas construídas ou adquiridas e suas repercussões conceituais e operacionais. (ROMANATTO, 1999, pg. 38).

Essas relações matemáticas dizem respeito às diferentes concepções que o número fracionário pode assumir e que "expressam noções, princípios, operações e procedimentos matemáticos bastante distintos". (ROMANATTO, 1999, pg. 38).

O autor argumenta que com relação aos números racionais, e assim ao objeto,

> a sequência de seu estudo implica em outras classes de problemas que são caracterizadas por outras relações e (...) essas novas relações não significam, necessariamente, ampliações ou aperfeiçoamentos de outras anteriormente construídas. São relações de naturezas distintas. A competência dos alunos em determinados contextos que envolvem os números racionais **não garante**, necessariamente, um bom desempenho em outros contextos. (ROMANATTO, 1999, pg. 40, grifo nosso)

Como exemplo, podemos pensar que se um aluno realiza com facilidade problemas envolvendo a concepção parte-todo, e tenha como justificativa o processo de dupla contagem, esse significado que ele produziu de fração pode contribuir muito pouco, ou até mesmo atrapalhar, quando ele estiver frente a problemas com a concepção de razão, pois o numerador e o denominador já não são mais partes de um inteiro e sim números que representam uma operação de divisão ou comparação de grandezas.

Devemos nos atentar para esse fato, pois, talvez, seja um dos maiores problemas no ensino de números fracionários, acreditamos estar frente a um conteúdo que não corresponde ao que normalmente acontece em conteúdos do currículo regular de matemática para o ensino fundamental e médio, em que se apresenta uma sequência de enunciados e conteúdos que são considerados necessários de serem postos daquela forma para auxiliar do entendimento do próximo tópico, uma apresentação linear.

Onuchic e Allevato (2008) ao citar Hiebert e Behr (1991) argumentam que o ensino dos números racionais deveria ser mais voltado para o significado do que para o símbolo e que “em lugar de colocar o conhecimento como um pacote pronto e acabado o ensino deveria encorajar os alunos a construírem seu próprio conhecimento.” (ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO,N. S. G., pg 82, 2008). As autoras também argumentam quanto ao fato do significado desses números sempre dependerem das teorias matemáticas que estão inseridos, voltando a nos fazer pensar nos diferentes entendimentos que se pode ter de $\frac{a}{b}$.

Sendo observado que as autoras citadas comentam a presença de diferentes significados para $\frac{a}{b}$; para explicitarmos melhor o que são esses possíveis significados, usaremos como base as concepções de frações apresentadas por Silva (2005) como forma de ilustrar algumas produções de significado que o aluno pode ter com relação a esse objeto.

3.1 – ALGUMAS CONCEPÇÕES DE FRAÇÕES

Como forma de ilustrar alguns possíveis significados que os alunos podem produzir com relação a frações, vamos apresentar, segundo Silva (2005), concepções da fração que interferem diretamente no aprendizado desse conteúdo, sendo *proposto* que para uma compreensão dos números racionais é importante o entendimento de distintas concepções, identificados por Behr *et al* (1983) como sendo: parte-todo, quociente, medida, razão e operador.

Esses distintos significados dão “sentidos diversos a aritmética fracionária” (GIMENEZ, J. e LINS, R., 1997, pg. 42) e são apresentados por Silva (2005) como sendo as concepções que as frações podem assumir. Faremos uma breve explicação do que a autora propõe como sendo essas concepções, levando em conta que Silva (2005) utiliza o termo segundo Artigue (1990, pg. 274), que define concepção como um objeto local, associado a um saber em jogo e os saberes que intervém nas resoluções de problemas.

Ressaltamos, porém, que para nós esses são apenas alguns dos significados que as frações podem assumir. Vemos o que os autores chamam de concepções com sendo possíveis produções de significando que os alunos podem ter, não são as únicas nem as mais comuns, apenas, as que mais aparecem em pesquisas.

3.1.1 PARTE-TODO

Parte-todo, em sua maioria, é a primeira concepção de fração que é apresentada na escola. Por ser a mais usada na primeira parte do ensino fundamental acaba sendo comparada às outras concepções.

Silva (2005) define a concepção Parte-todo como sendo a que

> emerge da ação de dividir uma grandeza contínua (comprimento, área, volume,...) em partes equivalentes ou uma grandeza discreta (coleção de objetos) em partes iguais em quantidades de objetos. Usualmente, são manipulados dois tipos de objetos obsoletos: o registro da escrita simbólica a/b, associado ao registro figural em que regiões ou conjuntos de figuras,

> representando elementos discretos, aparecem divididos em partes "iguais". (SILVA, pg. 106, 2005).

Visto essa definição, como exemplo, vamos apresentar duas representações geométricas para a fração 2/3, imerso nessa concepção.

1º representação (Figura 2):

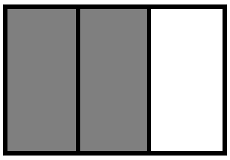

Figura 1: representação geométrica de fração

2ª representação (Figura 3):

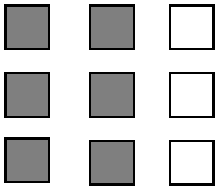

Figura 2 representação geométrica de fração

Na primeira representação temos "pintados" dois terços da área de uma figura geométrica, no caso, um retângulo; por isso, se trata de um problema de natureza contínua, em que o denominador é o número total de partes que a figura foi dividida, o inteiro.

Argumentamos a necessidade de o aluno entender o que é o inteiro, e que $\frac{2}{3}$, representa uma parte desse inteiro. Porém, entender a fração como uma contagem de partes gera, segundo Silva (2005), o uso da dupla contagem das partes, já citada anteriormente, que possibilita a criança pensar o número fracionário como sendo dois números naturais, um em cima do outro, não fazendo com que ela pense a fração como um número representativo, mas sim, como a representação de dois números, uma comparação de partes.

Já na segunda representação, considerada discreta, em que se apresenta outra associação à fração 2/3, nem o denominador nem o numerador são respectivamente as partes e o inteiro da fração, se for utilizado o processo de dupla contagem das partes, a representação deverá ser *sempre* associada à fração 6/9, o que poderia impossibilitar a apresentação da parte simbólica a partir de uma fração equivalente, com 2/3, no caso.

Para ser feita a relação entre o objeto 2/3 e a 2ª representação geométrica, observa-se a necessidade de uma associação das partes discretas a outra forma de agrupamento de partes, em que o observador pode observar que uma parte é formada por três quadrados, e que o inteiro é formado por três grupos de quadrados, ou seja, reafirmamos que, o denominador, nessa associação, não é o número total de objetos que estão sendo usados na representação (Figura 4).

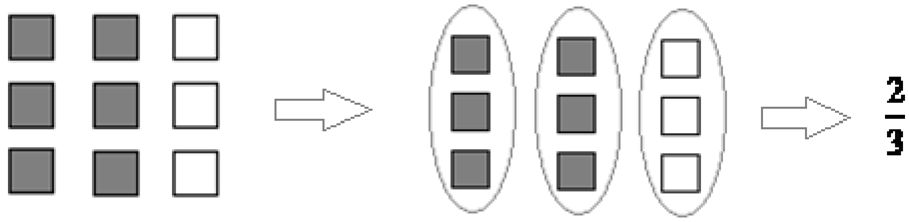

Figura 3: representações de fração

Com relação a esses dois exemplos, observamos que:

- Apresentamos a fração 2/3 de duas formas distintas, e que as duas são relacionadas à concepção parte-todo.
- A observação com relação ao inteiro é que determina a que fração a representação será associada, assim, ao determinar o que será usado como inteiro, como ele será dividido, é que definimos as partes, e com isso, a fração.

Devemos nos atentar também ao uso das frações impróprias associadas a representações geométricas, em que o denominador é o inteiro, porém o numerador conta com partes que vão além desse inteiro, como por exemplo, a fração 5/3.

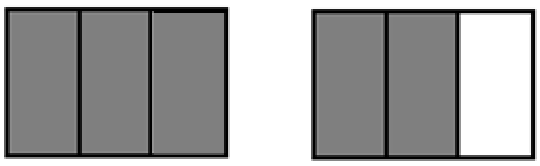

Figura 4: representação de fração

Nessa representação (Figura 5), o denominador se refere ao número de partes que os inteiros foram divididos (cada um em três partes), não o número de partes que foi criado a partir da divisão dos inteiros (três em um inteiro e três em outro, seriam então, seis partes), o que nos faz pensar, que nesse caso, o processo de dupla contagem das partes pode ser um limite epistemológico.

> A ênfase dada, pelo ensino, às tarefas em contextos contínuos, em que a concepção parte-todo é associada e a única técnica utilizada é a dupla contagem das partes pode constituir um obstáculo didático para o sujeito construir outras técnicas. (SILVA, 2005, p. 110)

Essa concepção, parte-todo, não se limita à utilização da representação geométrica para se entender a fração, mas por ser a mais utilizada nas séries iniciais, acaba sendo também a mais pesquisada.

3.1.2 MEDIDA

A concepção de medida pode ser entendida como sendo a fração que representa as subunidades de uma unidade de medição, que por sua vez, depende da grandeza que está sendo trabalhada para assim gerar em cada caso suas subunidades. Segundo Silva (2005)

> As tarefas envolvendo medições de comprimentos são apropriadas para a percepção da limitação dos números naturais, como resultados de medições, e da necessidade

> de “novos números” para a quantificação adequada de comprimentos (SILVA, 2005, p.117)

Assim como a concepção parte-todo, a de medida trabalha com a divisão de alguma coisa que, na maioria das vezes, se trata de uma reta, ou segmento, e que será dividido em *b* partes, e a partir isso, *1/b* será usado como unidade de medida desse comprimento, que por sua vez, possibilita uma comparação com relação ao total da medida para se obter outras medidas, que estarão relacionadas a ela, sendo representada por *a/b*, que indica que “*1/b* foi utilizado *a* vezes na medição efetuada” (SILVA, 2005, p. 118).

Por ser uma concepção que se trata de uma comparação de “tamanhos”, o método de dupla contagem das partes também pode ser utilizado para resolver tarefas. Assim, a diferença entre a concepção de medida e parte-todo, no geral, “medimos grandezas contínuas e contamos grandezas discretas”(SILVA,2005, p. 117).

O exemplo a seguir (Figura 6), retirado de Silva (2005, pg.119), apresenta a determinação de medidas representadas por segmentos de partes iguais. Observa-se a necessidade, ou a possibilidade de se contar as partes para se obter a medida utilizada.

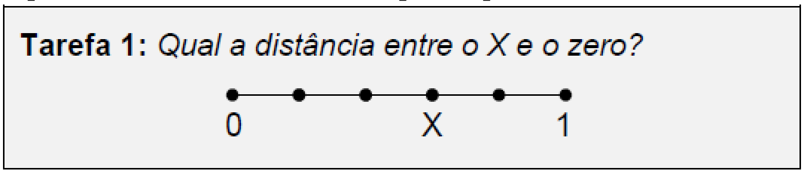

Figura 5: exemplo

A autora apresenta alguns tipos de tarefas possíveis para o uso da concepção de medida:

- Determinar medidas de comprimentos de um objeto;
- Determinar medidas em segmentos divididos em partes iguais;
- Determinar medidas em segmentos não divididos em partes de mesma medida e
- Reconstrução da unidade.

Lins e Silva (2007) discutem a possibilidade de se introduzir as frações pela concepção de medida, usando como justificativa que

> Ao introduzirmos frações com a ideia de medida, estaremos juntando as ideias de medida e número, assim como fazemos ao trabalhar com números na forma decimal, de modo que a criança tem outra oportunidade de articular, de associar aquelas duas importantes ideias matemáticas. Neste caso isto ajuda a que a criança reconheça frações como *números* – tanto quanto os naturais e os na forma decimal – e não apenas como *símbolos*. (LINS, SILVA, 2007, p. 12)

3.1.3 QUOCIENTE

Já a concepção quociente se diferencia das concepções anteriores, pois se trata de uma distribuição de grandezas, em que o numerador da fração é dividido pelo número de partes apresentado no denominador, ou seja, a fração $\frac{a}{b}$ representa a quantidade de vezes que *a* pode ser dividida em *b* partes iguais (SILVA, 2005, p.121), ou mesmo, é realizada a divisão de a por b.

Ao utilizar essa concepção, a fração $\frac{2}{3}$ é vista como dois dividido por três, o que gera outra forma de entender a fração e uma possível associação aos números decimais, de acordo com a tarefa realizada.

Ao realizar tarefas com essa concepção, possuímos duas possíveis formas de representar o resultado da operação: $\frac{7}{3} = 2,\bar{3}$ ou $\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$.

O número $2\frac{1}{3}$ é um *número misto,* que é definido por uma fração própria e um número natural. No exemplo, a fração $\frac{7}{3}$ é representada na forma mista por 2 inteiros e $\frac{1}{3}$, observando assim, a divisão e a representação de seu resto ainda como fração .

3.1.4 RAZÃO

Na concepção de razão, segundo Silva, não há mais a necessidade de se entender a fração como um número, mas sim como a comparação entre a medida de duas grandezas, ou seja, “três quartos” na concepção da razão, pode ser entendido como “três para quatro”, e pode remeter ao raciocínio proporcional, com a representação de proporção, por exemplo, $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$.

Segundo Silva (2005) essa concepção pode ser associada

> a grandezas de mesma espécie ou não, a contextos contínuos e ou discretos, podendo ainda estar associadas a situações de tipo: todo-todo – quando compara as quantidades de dois inteiros; parte-parte – quando comparada as quantidades duas partes de um inteiro ou partes de dois inteiros, ou ainda, parte-todo. (SILVA, 2005, p.125)

A idéia de proporcionalidade está ligada a equivalência de números fracionários, relação que é muito usada na realização de operações de adição e subtração com números fracionários, como por exemplo, a soma das frações $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ é realizada ao se substituir os membros da operação por frações equivalentes e assim realizar a operação, $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$, pois a mesma só pode ser realizada quando estamos diante de duas ou mais frações de mesma “espécie” (terço, quarto e etc), com mesmo denominador.

Quando à notação de porcentagem é associada ao raciocínio de proporcionalidade pode ser utilizada em varias situações da vida diária. Segundo Silva (2005), a representação “x%” é um forma distinta de exprimir o número fracionário “x/100”, “que uma vez fixado pode ser aplicado a diferentes números para obter séries de números proporcionais”(SILVA, 2005, p.130).

3.1.5 OPERADOR

Na concepção de **operador**, “o fracionário $\frac{a}{b}$ é manipulado como ‘algo que atua sobre uma quantidade’ e a modifica produzindo uma nova quantidade” (SILVA, 2005, p.134), como por exemplo $\frac{2}{3}$ de 18, ou a metade de um sexto de um segmento.

Para essa concepção, é utilizada uma técnica que “encaminha à percepção de uma ordem operatória que caracterizará a mobilização da concepção de operador” (SILVA, 2005, p.135)

Essa ordem operatória citada pela autora, pode ser entendida da seguinte maneira, usado o exemplo anterior, para obtermos 2/3 de 18, devemos primeiro dividir 18 por 3, e em seguida multiplicar o seu resultado por 2; assim 2/3 de 18 é 12.

Essa mesma tarefa pode ser resolvida pela concepção de razão, em que 2/3 de 18 deve ser visto como, para cada três tenho dois, ou seja, a idéia de proporcionalidade também pode ser pensada, $\frac{2}{3}=\frac{12}{18}$.

A concepção de operador costuma ser associada à representação de uma "maquina de transformação", que "além de associar a ação de operador ao funcionamento de uma máquina, dá um sentido concreto ao aspecto funcional do fracionário como operador" (SILVA, 2005, P. 140)

4- CONSIDERAÇÕES FINAIS

Retomando as concepções apresentadas aqui e lembrando que para nós essas são apenas algumas produções de significado que o aluno pode produzir, utilizaremos um exemplo para expressar as distintas maneiras de se pensar 2/3 segundo as concepções apresentadas por Silva(2005):

- (Parte-todo) Um inteiro dividido em três partes, em que tomei duas;
- (Medida) 2/3 de um segmento, duas unidades de medida 1/3;
- (Quociente) 2 dividido por 3;
- (Razão) A cada 3 tenho 2;
- (Operador) Dois terços de um número, de uma medida ou grandeza.

Desta forma, apresentamos um panorama do que foi proposto por Silva (2005) com relação algumas concepções que a fração pode assumir. Com isso, observamos a existência de características próprias e procedimentos matemáticos bastantes distintos (ROMANATTO, 1999), que reforça a idéia já apresentada de como essas mudanças podem dificultar o aprendizado com frações.

Vale ressaltar que segundo Lins e Silva (2007), as frações são um exemplo de como um mesmo símbolo matemático pode apresentar diferentes significados, e isso faz com que o professor precise prestar uma atenção mais detalhada no que os alunos estão dizendo sobre o assunto.

Lins e Silva (2007) ressaltam a importância dos alunos passarem entre um significado e outro, percebendo suas diferenças e equivalências, pois isso é uma "característica importante das pessoas que pensam de forma autônoma" (LINS e SILVA, 2007, p.09) e esclarecem que com relação ao foco na aprendizagem dos números escritos na forma de fração:

> O que queremos é que a criança desenvolva *várias* maneiras de entender frações, que compreenda a relação entre elas e que saiba escolher qual delas é melhor numa determinada situação. (LINS e SILVA, 2007, p. 12).

Gostaríamos de ressaltar que esse artigo é parte integrante da dissertação de mestrado "Razão como taxa: Uma proposta de ensino para a sala de aula de matemática" que pode ser encontrada no site http://www.ufjf.br/mestradoedumat/dissertacoes-defendidas/.

5- REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. As Diferentes "personalidades" do Número Racional Trabalhadas através da Resolução de Problemas. BOLEMA, Ano 21, nº 31, p.79 a 102, Rio Claro (SP), 2008.

BEHR, M. POST, T. LESH, R. A Proporcionalidade e o Desenvolvimento de Noções Pré-álgebra. In: COXFORD, A. SHULTE, A. As ideias da álgebra. Atual. São Paulo, 1995.

BEM-CHAIN, D. ILANY, B. KERET, Y. "Atividades Investigativas Autênticas" para o Ensino de Razão e Proporção na Formação de Professores de Matemática para os Níveis Elementar e Médio. BOLEMA, Ano 21, nº 31, p.129 a 159, Rio Claro (SP), 2008.

BERTONI, N. E. A Construção do Conhecimento sobre Número Fracionário. BOLEMA, Ano 21, nº 31, p.209 a 237, Rio Claro (SP), 2008.

BERTONI, N. E. Um novo paradigma no ensino e aprendizagem das frações. Anais do 8º Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2004.

BEZERRA, F. J. B. Introdução do conceito de número Fracionário e suas representações: Uma Abordagem criativa para sala de aula. Dissertação de Mestrado, PUC (SP), 2001.

BEZERRA, F. J. B. Construindo a Representação da Fração: abordagem tradicional versus abordagem conceitual. Anais do 8º Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2004.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática. 1ª a 4ª séries. Brasília: MEC / SEF, 1997.

CAMPOS, T. MAGINA, S. A Fração nas Perspectivas do Professor e do Aluno dos Dois Primeiros Ciclos do Ensino Fundamental. BOLEMA, Ano 21,nº 31, p.23 a 40, Rio Claro (SP), 2008.

CARRAHER, D. Relações entre Razão, divisão e Medida. In: SCHLIEMANN, A. CARRAHER, D. (org.) A Compreensão de conceitos aritméticos – Ensino e Pesquisa. 2ª edição, Campinas (SP), 2003.

FERREIRA, M. C. C.; MOREIRA, P. C.; A Teoria dos Subcontrutos e o Número Racional como Operador: das estruturas algébricas às cognitivas. BOLEMA, Ano 21, nº 31, p.103 a 127, Rio Claro (SP), 2008.

LINS, Romulo Campos; Epistmologia, História e Educação Matemática: tornando mais sólidas as bases de pesquisa. Revista da SBEM – SP Campinas, v.1, p. 75-91, set., 1993.

_________________ O Modelo Teórico dos Campos Semnticos: Uma análise espistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. Dynamis. Blumenau, V.1, n.7, p. 29-39, abr/jun 1994

__________________Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: Bicudo, M. A. V. (org). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, 1999. p. 37-60

__________________A diferença como oportunidade para aprender. In: XIV ENDIPE, 2008, Porto Alegre. Trajetórias e processos de ensinar e aprender: sujeitos, currículos e culturas. Porto Alegre: Edi PUCRS, v.3. p. 530-550, 2008.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. Perspectivas em aritmética e àlgebra para o século XXI. Campinas: Papirus, 1997 (Coleção perspectivas em Educação Matemática).

LINS, R. C.; SILVA, H. Pró-Letramento: Programa de Formação Continua de Professores dos Anos/ Séries Iniciais do Ensino Fundamental: Matemática, Fascículo 4: Frações. Brasília: Ministério da Educação. Secretária de Educação Básica, 2007.

LOPES, A. J. O que Nossos Alunos Podem Estar Deixando de Aprender sobre Frações, quando Tentamos lhes Ensinar Frações. BOLEMA, Ano 21, nº 31, p.1 a 22, Rio Claro (SP), 2008.

LOTH, M. H. M. Uma Investigação sobre a Produção de Tarefas Aritméticas para o 6º ano do Ensino Fundamental. Dissertação de mestrado, UFJF, Juiz de Fora (MG)

NUNES, T. Diferentes Significados de Frações e sua Influencia sobre o ensino e a aprendizagem. Anais do 8º Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2004.

PAULA, M. R. Razão como taxa: Uma proposta de ensino para a sala de aula de matemática. Dissertação de mestrado, UFJF, Juiz de Fora (MG).

SILVA, Amarildo Melchiades. Sobre a dinâmica da produção de significados para a Matemática. Tese de doutorado, UNESP, Rio Claro – SP, 2003.

SILVA, M. J. F. Investigando saberes de professores do ensino Fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série. 301 f. Tese de doutorado. PUC/SP, São Paulo, Brasil. 2005.

SILVA, M. J. F.; ALMOULOUD, S. A. As Operações com Números Racionais e seus Significados a partir da Concepção Parte-todo. BOLEMA, Ano 21, nº 31, p. 55 a 78, Rio Claro (SP), 2008.

WALLE, J. A. V. Matemática no ensino fundamental: Formação de professores e aplicação em sala de aula. 6ª edição, Porto Alegre, 2009.