

Emprego de Técnicas Estatísticas para Validar a Hipótese de Independência em Gráficos de Controle

Roberto Campos Leoni
rleoni@yahoo.com.br
AEDB

Nilo Antonio de Souza Sampaio
nilo.samp@terra.com.br
AEDB

Resumo: Uma das hipóteses fundamentais para a utilização de um gráfico de controle é a independência entre as observações da característica de qualidade a ser monitorada. Entretanto, crescente automatização no segmento de manufatura revolucionou muitos processos, acentuando coincidentemente a dependência em série entre observações. Nesse sentido é fundamental reconhecer a presença da autocorrelação. Este artigo apresenta uma ampla revisão sobre os trabalhos que abordam o tema autocorrelação e o uso de gráficos de controle univariados. Utilizando o software R como ferramenta, alguns exemplos ilustram técnicas estatísticas simples que avaliam a presença de dados autocorrelacionados em um processo. As técnicas apresentadas auxiliam o usuário a validar hipótese de independência para aplicar de forma correta uma das principais ferramentas de controle estatístico de processo.

Palavras Chave: autocorrelação - gráficos de controle - software R - CEP -

1. INTRODUÇÃO

Há quase um século Shewhart (1926) propôs os gráficos de controle. A suposição básica para emprego é a de que as medidas da característica de qualidade avaliadas sejam independentes e identicamente distribuídas. Entretanto, medidas da característica de qualidade de itens vizinhos, segundo o instante em que foram produzidos, podem apresentar algum grau de dependência entre as observações. Esta dependência é denominada autocorrelação e geram desafios no emprego dos gráficos de controle.

Muitos autores abordam o problema da autocorrelação, principalmente no ambiente fabril. Este problema se tornou mais grave nas duas últimas décadas com o avanço da tecnologia, pois é possível medir as características de qualidade de praticamente todos os itens produzidos. Pan e Jarret (2011) exemplificam vários desses processos em que a autocorrelação está presente. É importante destacar que a autocorrelação aqui abordada é algo inerente ao processo e não pode ser removida com intervenção humana.

Trabalhos pioneiros como o de Bagshaw e Johnson (1975) já se preocupavam em avaliar o efeito da autocorrelação em gráficos de controle. Várias estratégias de monitoramento foram propostas ao longo das últimas décadas, sendo os modelos AR (1) e ARMA(1,1) os mais utilizados para descrever o comportamento dos dados de um processo autocorrelacionado. Detectando-se a autocorrelação, duas estratégias podem ser empregadas para monitorar um processo: gráficos específicos são usados para monitorar o processo (APLEY e TSUNG, 2002; KALAGONDA e KULKARNI, 2004) ou, ainda, a remoção do efeito da autocorrelação usando os resíduos de um modelo ajustado ao conjunto de dados (MASON e YOUNG, 2002).

Embora os gráficos de controle tenham se desenvolvido e se tornado uma das técnicas de monitoramento mais utilizadas, sua aplicação incorreta continua não sendo exceção. Uma pesquisa conduzida por Alwan (1995) com uma amostra de 235 aplicações que envolviam gráficos de controle, coletadas de fontes das quais se esperava considerável grau de sofisticação no domínio da técnica e uso desta ferramenta, mostrou que em 86% dos casos havia algum tipo de violação das hipóteses fundamentais e, na maior parte das vezes, falha em reconhecer a dependência em série no processo.

O ponto de partida para tratar o problema da autocorrelação é detectá-la. Raramente a suposição de independência é avaliada na prática e a presença da autocorrelação pode gerar alarmes falsos quando alguma característica é monitorada com gráficos de controle (Mason *et al.*, 1996; Mason e Young, 2002). Nesse contexto, este artigo apresenta uma ampla revisão sobre o tema autocorrelação e introduz técnicas estatísticas para avaliar a suposição de independência com a utilização do software R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2014). O Software R é um software livre e bastante conhecido na comunidade acadêmica.

Este artigo está assim estruturado: na seção 2 uma ampla revisão sobre gráficos de controle aplicados a processos autocorrelacionados é apresentada. Na seção 3 algumas técnicas para detectar a presença da autocorrelação são descritas e ilustradas através de exemplos utilizando o software R. A seção 4 traz algumas considerações finais.

2. REVISÃO DA LITERATURA

A suposição de independência das observações quando violada causa resultados enganosos na forma de demasiados alarmes falsos. Montgomery (2004) descreve que basicamente todos os processos são regidos por elementos inerciais e quando o intervalo entre a retirada das amostras apresentam intervalos pequenos em relação a essas forças, as observações apresentam correlação ao longo do tempo. Uma demonstração analítica da

autocorrelação pode ser representada por um sistema simples de um tanque com volume V e fluxos de material de entrada e saída.

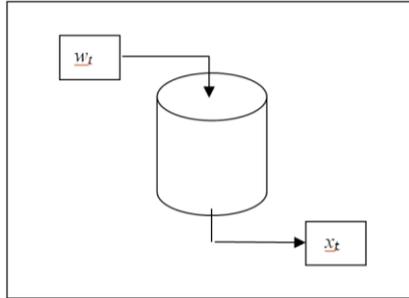


Figura 1: Tanque com volume V e fluxos de material de entrada e saída

Fonte: Adaptado de Montgomery (2004).

A Figura 1 ilustra um tanque em que w_t e x_t representam a concentração de certo material nos fluxos de entrada e saída em um instante t . Admitindo-se homogeneidade dentro do tanque, a relação entre as concentrações de entrada e saída do tanque é dada por:

$$x_t = w_t - T \frac{dx}{dt} \quad (1)$$

Em que: $T = \frac{\text{Volume do tanque}}{\text{taxa entre o fluxo de material de entrada e saída}}$.

Quando o fluxo apresenta uma variação w_0 do tipo degrau no instante $t=0$, a concentração na saída pode ser modelada por:

$$x_t = w_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) \quad (2)$$

Como na prática observamos x_t em intervalos de tempo Δt igualmente espaçados, a concentração na saída é representada por:

$$x_t = x_{t-1} + (w_t - x_{t-1}) \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{T}} \right) \quad (3)$$

A concentração do fluxo de saída depende da concentração do fluxo de entrada (w_t) e do intervalo de amostragem (Δt). Admitindo-se que as observações de w_t sejam não correlacionadas, a autocorrelação em x_t será:

$$\rho = e^{-\frac{\Delta t}{T}} \quad (4)$$

Se $\Delta t \leq T$, as observações sobre a concentração de saída sempre serão correlacionadas entre si (ver Figura 2).

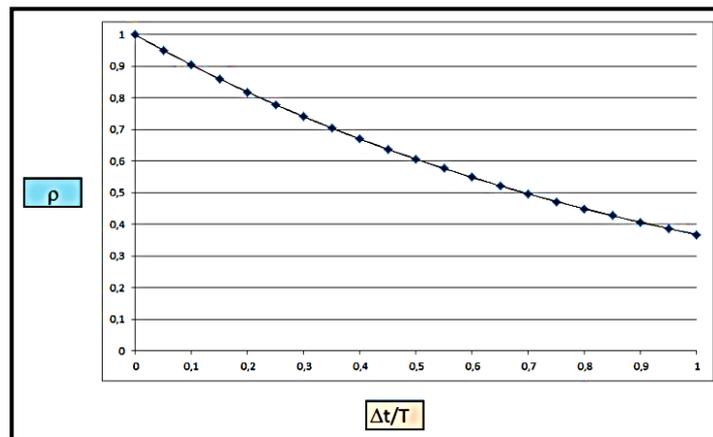


Figura 2: Correlação entre valores sucessivos de x_t .

Fonte: os próprios autores

Outro modelo analítico e pioneiro pode ser encontrado em Yule (1927) que usou o movimento dinâmico de um pêndulo como inspiração para a formulação de um modelo autoregressivo que explica a dependência ao longo do tempo em uma série temporal. Se um pêndulo com massa m sob a influência da gravidade está em equilíbrio e é subitamente atingido por uma força de impulso único, ele começa a executar um movimento harmônico e a frequência deste movimento depende do comprimento do pêndulo, da massa, da força de impulso e de atrito e da viscosidade do meio em que se encontra o pêndulo. As forças que afetam um pêndulo em movimento são apresentadas na Figura 3.

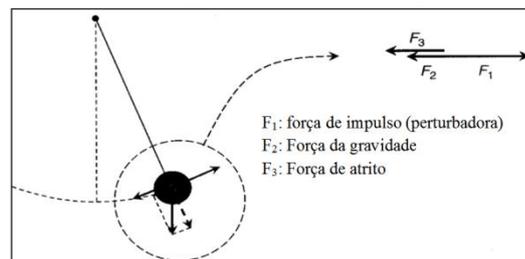


Figura 1. Um pendulo simples em movimento.

Fonte: os próprios autores.

A Figura 4 ilustra o movimento harmônico de um pêndulo $x(t)$ em posição de equilíbrio no instante de tempo quando $t=0$.

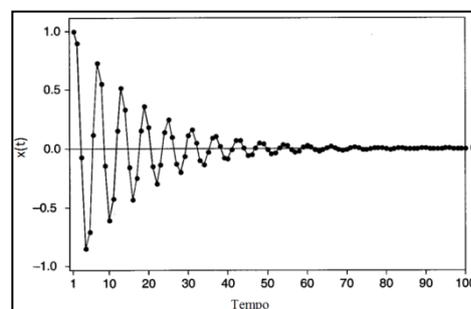


Figura 2. Movimento harmônico de um pêndulo em função do tempo.

Fonte: os próprios autores.

Este movimento é descrito aproximadamente por uma equação diferencial linear de segunda ordem com coeficientes constantes.

$$m \frac{d^2 Z}{dt^2} + \gamma \frac{dZ}{dt} + kZ = A\tau(t) \quad (5)$$

sendo $\tau(t)$ é uma função impulso que força o pêndulo a sair do seu equilíbrio e A é o tamanho do impacto que coloca o pêndulo em movimento.

As equações diferenciais são utilizadas para descrever o comportamento dinâmico de processos em função do tempo. Contudo, dados de séries temporais são normalmente amostrados (observados) em unidades discretas de tempo, por exemplo, a cada hora ou a cada minuto. Yule (1927) mostrou que a equação diferencial descrita em (5) pode ser reescrita como:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + e_t \quad (6)$$

Portanto, se observada em tempo discreto, o comportamento oscilatório de um pêndulo pode ser descrito pela equação (6) que é conhecida como um modelo de série temporal autoregressivo de segunda ordem e o valor no instante de tempo t (X_t) depende de das observações X_{t-1} e X_{t-2} , dos parâmetros autoregressivos ϕ_1 e ϕ_2 e de um erro aleatório e_t .

Em muitos processos contínuos e discretos a autocorrelação está presente e reduz o desempenho do gráfico de controle, pois se baseiam no pressuposto de que os dados das observações da característica de qualidade sejam independentes. Em uma linha de produção, as observações da característica de qualidade próximas umas das outras, no tempo, tendem a ser mais parecidas do que aquelas mais distantes. Modelos da família ARIMA são utilizados para descrever esses processos. Nesta seção, apresentam-se os modelos mais utilizados e uma ampla revisão acerca dos trabalhos associados a cada modelo.

O modelo autoregressivo de primeira ordem - $AR(1)$ é representado por:

$$X_{i,j} - \mu_0 = \phi(X_{i,j-1} - \mu_0) + \varepsilon_{i,j} \quad j = \{1, 2, \dots, n\} \text{ e } i = 1, 2, \dots \quad (7)$$

sendo a t -ésima observação da i -ésima amostra autocorrelacionada com a $(j-1)$ -ésima observação, através do coeficiente de autocorrelação ϕ . A Tabela 1 apresenta artigos que tratam dos gráficos de controle para processos autocorrelacionados baseados no modelo (7).

O modelo autoregressivo de segunda ordem - $AR(2)$ é representado por:

$$X_{i,j} - \mu_0 = \phi_1(X_{i,j-1} - \mu_0) + \phi_2(X_{i,j-2} - \mu_0) + \varepsilon_{i,j} \quad \text{para } j = \{1, 2, \dots, n\} \text{ e } i = 1, 2, \dots \quad (8)$$

Sendo que a j -ésima observação da i -ésima amostra ($X_{i,j}$) possui uma autocorrelação com as $(j-1)$ -ésima ($X_{i,j-1}$) e $(j-2)$ -ésima ($X_{i,j-2}$) observações, através dos coeficientes de autocorrelação ϕ_1 e ϕ_2 respectivamente. A Tabela 2 apresenta artigos que tratam dos gráficos de controle para processos autocorrelacionados baseados no modelo (8).

O modelo autoregressivo de médias móveis de primeira ordem - $ARMA(1,1)$, que é equivalente a um modelo autoregressivo de primeira ordem $AR(1)$ com erro aleatório adicional, é representado por:

$$X_{i,j} - \mu_0 = \phi(X_{i,j-1} - \mu_0) + \theta \varepsilon_{i,j-1} + \varepsilon_{i,j} \quad \text{para } j = \{1, 2, \dots, n\} \text{ e } i = 1, 2, \dots \quad (9)$$

Sendo que a t -ésima observação da i -ésima possui uma correlação linear com a $(j-1)$ -ésima observação ($X_{i,j-1}$) e o $(j-1)$ -ésimo erro aleatório ($\varepsilon_{i,j-1}$), em que ϕ é o coeficiente de autocorrelação entre observações e θ é o coeficiente de oscilação da média amostral relacionado ao erro adicional autocorrelacionado. Estudos relacionados ao modelo (9) são apresentados na Tabela 3.

Tabela1. Artigos relacionados ao modelo autoregressivo de primeira ordem - $AR(1)$

Fonte: os próprios autores

| Referência | Objetivo da Pesquisa |
|---------------------------------|---|
| Bagshaw e Johnson (1975) | Demonstrar o efeito da autocorrelação em gráficos <i>CUSUM</i> . |
| Montgomery e Mastrangelo (1991) | Pesquisar a estratégia de modificar a abertura dos limites de controle do gráfico de \bar{x} para melhorar o desempenho. |
| Alwan e Radson (1992) | Estudar o impacto da autocorrelação no erro α (<i>Tipo I</i>) do gráfico de \bar{x} . |
| Runger e Willemain (1995) | Demonstrar que os gráficos \bar{x} e <i>CUSUM</i> apresentam melhor desempenho quando comparados com métodos baseados em séries temporais da família <i>ARIMA</i> . |
| Yang e Yang (2006) | Propor o uso de uma combinação dos gráficos de Shewhart baseado em resíduos e o <i>simple cause-selecting</i> , proposto por Zhang (1997), no monitoramento da média de uma característica de qualidade X . |
| Costa e Claro (2008) | Estudar o desempenho do gráfico de \bar{x} com amostragem dupla. |
| Costa e Castagliolla (2011) | Aplicar uma estratégia de amostragem sistemática no gráfico de \bar{x} para reduzir o efeito da autocorrelação. |
| Lwin (2011) | Estudar o efeito da estimação de parâmetros em gráficos <i>EWMA</i> . |
| Costa e Machado (2011) | Propor a abordagem de cadeias de Markov para estudar o desempenho dos gráficos de \bar{x} com parâmetros variáveis e amostragem dupla. |
| Lin et al. (2011) | Propor um modelo para o monitoramento em tempo real, a fim de reconhecer padrões não naturais em presença de autocorrelação. |

Tabela 2. Artigos relacionados ao modelo autoregressivo de segunda ordem - $AR(2)$.

Fonte: os próprios autores.

| Referência | Objetivo da Pesquisa |
|----------------------------------|---|
| Vasilopoulos e Stamboulis (1978) | Aplicar a estratégia de aumentar a abertura dos limites de controle do gráfico de \bar{x} para melhorar o desempenho estatístico. |
| English et al. (2000) | Avaliar o desempenho dos gráficos \bar{x} e <i>EWMA</i> . |

Tabela3. Artigos relacionados ao modelo autoregressivo de médias móveis de primeira ordem - $ARMA(1, 1)$.

Fonte: o próprio autor.

| Referência | Objetivo da Pesquisa |
|--------------------------|---|
| Bagshaw e Johnson (1975) | Avaliar o efeito da autocorrelação em gráficos <i>CUSUM</i> . |
| Harris e Ross (1991) | Avaliar o efeito da autocorrelação nos gráficos <i>CUSUM</i> e <i>EWMA</i> . |
| Wardell et al. (1994) | Estudar as propriedades do gráfico de controle <i>special-cause</i> proposto por Alwan e Roberts(1988). |
| Apley e Tsung (2002) | Apresentar as diretrizes para uso do gráfico de controle T^2 autoregressivo. |

| | |
|--------------------------------|---|
| Apley e Lee (2003) | Empregar a estratégia de aumentar a abertura dos limites de controle do gráfico <i>EWMA</i> para melhorar o desempenho estatístico. |
| Costa e Claro (2008) | Estudar o desempenho do gráfico de \bar{x} com amostragem dupla. |
| Noorossana e Vaghefi (2006) | Avaliar o efeito da autocorrelação no gráfico de controle <i>MCUSUM</i> . |
| Pacella e Semeraro (2007) | Usar rede neural recorrente para detectar o processo de mudança da média em processos autocorrelacionados. |
| Soleimani <i>et al.</i> (2009) | Estudar o desempenho dos gráficos T^2 e <i>EWMA</i> quando o efeito da autocorrelação é ignorado. |
| Mertens <i>et al.</i> (2009) | Aplicar o gráfico <i>CUSUM</i> para monitorar processos autocorrelacionados. |

A hipótese de que a média oscila foi introduzida por Reynolds Jr. *et al.* (1996) que rompeu com o paradigma de que a média do processo é uma variável que pode assumir apenas dois valores: um valor alvo e um valor fora do alvo resultante da ocorrência de uma causa especial. Desde então o monitoramento de processos com médias que oscilam têm sido estudados por diversos pesquisadores, veja a Tabela 4.

Tabela 4. Artigos relacionados ao modelo em que a média do processo oscila
Fonte: o próprio autor.

| Referência | Objetivo da Pesquisa |
|-----------------------------------|--|
| Vander (1996) | Comparar o desempenho entre os gráficos <i>CUSUM</i> , <i>EWMA</i> e \bar{x} , utilizando a estatística <i>LR</i> (do inglês <i>Likelihood Ratio</i>). |
| Reynolds Jr. <i>et al.</i> (1996) | Apresentar as propriedades do gráfico de \bar{x} com tamanho de amostra e intervalo variáveis. |
| VanBrackle Jr. e Reynolds (1997) | Apresentar como altos níveis de autocorrelação e oscilação da média afetam o desempenho dos gráficos <i>EWMA</i> e <i>CUSUM</i> . |
| Lu e Reynolds Jr. (1999a, 1999b) | Propor o uso combinado do gráfico de Shewhart residual com <i>EWMA</i> para as observações originais. |
| Jiang <i>et al.</i> (2000) | Propor um novo gráfico denominado de Média Móvel Autoregressivo (<i>ARMA Chart</i>) que posteriormente Jiang e Tsui (2001) investigaram a estratégia de aumentar a abertura dos limites de controle do gráfico <i>ARMA</i> para melhorar o desempenho estatístico. |
| Lu e Reynolds (2001) | Demonstrar que na presença de autocorrelação os gráficos <i>CUSUM</i> oferecem o mesmo desempenho que o gráfico <i>EWMA</i> . |
| Apley e Tsung (2002) | Aplicar o gráfico T^2 em processos autocorrelacionados univariados. |
| Zou <i>et al.</i> (2008) | Propor um método chamado de taxa de amostragem variável em horários fixos (<i>VSRFT</i> - do inglês <i>Variable Sampling Rate at Fixed Times</i>). |
| Wang (2009) | Propor a utilização do gráfico <i>EWMA</i> para resíduos. |
| Lin (2009) | Estudar o desempenho de gráficos adaptativos. |
| Lin <i>et al.</i> (2012) | Realizar o planejamento econômico do gráfico <i>ARMA</i> . |
| Franco <i>et al.</i> (2012) | Realizar o planejamento econômico do gráfico \bar{x} . |

3. IDENTIFICAÇÃO DA AUTOCORRELAÇÃO

A identificação da autocorrelação é realizada através de técnicas estatísticas que avaliam a independência entre observações da característica de qualidade que se deseja monitorar. Nesta seção apresentamos a Estatística de Ljung-Box (LJUNG e BOX, 1978) eo gráfico de autocorrelação introduzido por Box e Jenkins (1976). O Software R foi usado para exemplificar as técnicas aqui descritas.

3.1 Função de autocorrelação e a estatística de Ljung-Box

O gráfico de autocorrelação, também conhecido por correlograma, foi apresentado por Box e Jenkins (1976). É baseado na estatística:

$$r_h = \frac{C_h}{C_0} - 1 \leq r_h \leq 1 \quad (10)$$

em que :

$$C_h = \frac{\sum_{t=1}^{n-h} (x_t - \bar{x})(x_{t+h} - \bar{x})}{n} \quad (11)$$

e

$$C_0 = \frac{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2}{n} \quad (12)$$

Sendo n o total de dados e h o intervalo entre observações (*lag*).

Os resultados de (10) são desenhados em um gráfico (correlograma) e limites de controle (*LC*) são usados para avaliar se há evidência de autocorreção. Os limites são:

$$LC = \pm \frac{Z_{1-\alpha/2}}{\sqrt{n}} \quad (13)$$

com $Z_{1-\alpha/2}$ = escore normal padrão; α = nível de significância do intervalo.

O teste de Ljung-Box avalia a hipótese de independência de um série temporal. É baseado na estatística:

$$Q^* = n(n+2) \sum_{k=1}^H (n-k)^{-1} r_k^2 \quad k=1,2,\dots,K \quad (14)$$

sendo $Q^* \sim \chi_1^2$; n a quantidade de observações disponíveis na série; r_h é o h -ésimo coeficiente de autocorrelação e H é o intervalo (*lag*) entre observações. Grandes valores para Q^* indica autocorrelação no conjunto de observações. Maiores detalhes consulte Ljung e Box (1978).

Exemplo 1: Considere os dados de um teste acelerado em pneus. A perda de resistência por abrasão em grama/hora foi avaliada e os resultados obtidos foram: 372; 206; 175; 154; 136; 112; 55; 45; 221; 166; 164; 113; 82; 32; 228; 196; 128; 97; 64; 249; 219; 186; 155; 114; 341; 340; 283; 267; 215; 148.

A sequência de comandos a serem executadas no R para avaliar se os dados são autocorrelacionados:

```
perda=c(372,206,175, 154,136,112, 55, 45, 221,166,164, 113,
      82,32,228,196,128,97,64,249,219,186,155,114,341,340,283,267,215,148)
acf(perda,ci=0.95) #ci=nível de confiança
Box.test(perda, lag = 1, type = c("Ljung-Box"), fitdf = 0)
```

Os resultados são ilustrados na Figura 5. Ambos os métodos apresentados na Figura 5 indicam, a um nível de 5% de significância, que há evidência de autocorrelação.

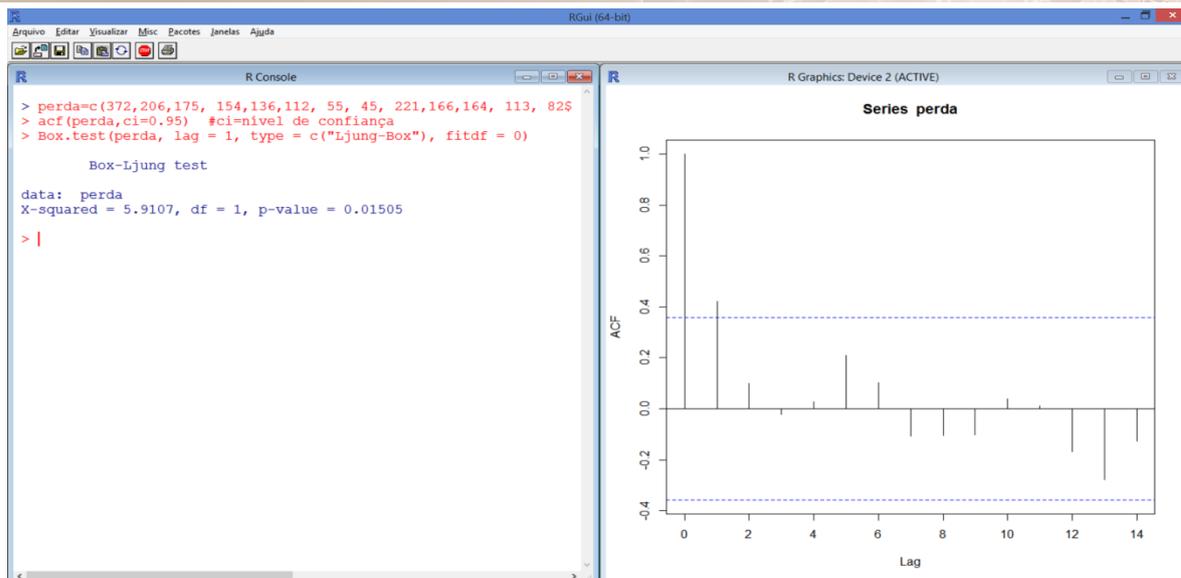


Figura 5. Tela de saída do software R – dados da perda de resistência por abrasão em grama/hora.

Fonte: o próprio autor.

Exemplo 2: As temperaturas de um banho químico foram medidas em intervalos regulares de 3 minutos, cujos resultados foram: 250,9; 252,2; 251,8; 252,8; 254,6; 256,7; 256,9; 255,6; 254,7; 255,2; 254,9; 256,6; 254,9; 256,3; 258,6; 257,4; 258,7; 259,2; 259,2; 259,8; 259,0; 258,6; 258,0; 258,1; 256,2; 257,6; 256,3; 256,0; 255,9; 254,4; 254,5; 254,1; 254,0; 254,9; 255,2; 255,9; 255,6; 256,4; 256,4; 256,5.

Sequência de comandos a serem executadas no R:

```
temperatura=c(250.9,
252.2,251.8,252.8,254.6,256.7,256.9,255.6,254.7,255.2,254.9,256.6,254.9,256.3,258
.6,257.4,258.7,259.2,259.2,259.8,259.0,258.6,258.0,258.1,256.2,257.6,256.3,256.0,2
55.9,254.4,254.5,254.1,254.0,254.9,255.2,255.9,255.6,256.4,256.4,256.5)
acf(temperatura,ci=0.95) #ci=nível de confiança
Box.test(temperatura, lag = 1, type = c("Ljung-Box"), fitdf = 0)
```

Os resultados são ilustrados na Figura 6. Nesse exemplo há forte evidência de autocorrelação nos dados da temperatura de um banho químico. A estatística Ljung-Box possui *p*-valor muito próximo a zero. O correlograma também fornece indícios de que há autocorrelação.

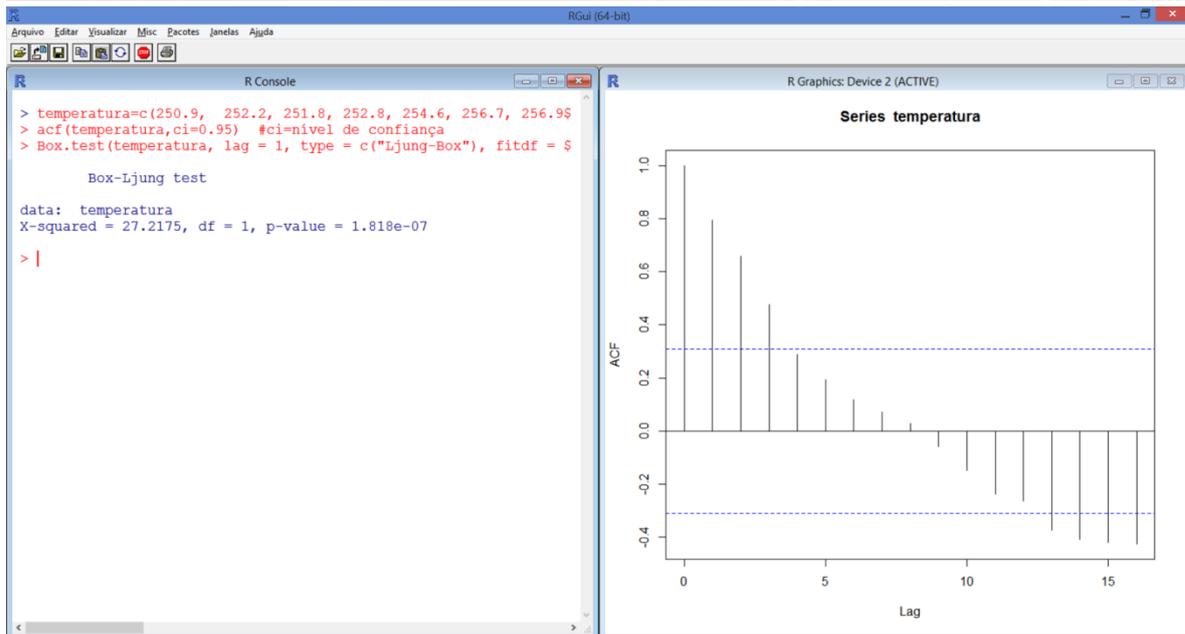


Figura 6. Tela de saída do software R – dados da Temperatura de um banho químico
Fonte: o próprio autor.

4. CONCLUSÕES

Este artigo apresentou algumas técnicas estatísticas para avaliar a presença da autocorrelação em processos univariados e uma ampla revisão sobre os gráficos de controle na presença da autocorrelação. A autocorrelação observada em processos industriais, ou seja, aquela inerente ao processo, é tipicamente devida a presença de elementos inerciais que limitam a variabilidade entre observações próximas na escala do tempo. Seja qual for a técnica utilizada para monitorar uma característica que qualidade autocorrelacionada, verificar se um processo apresenta autocorrelação é fundamental para o uso correto de um gráfico de controle.

5. REFERÊNCIAS

- ALWAN, L. C. The problem of misplaced control limits. **Applied Statistics**, v. 44, n.3, p. 269-278, 1995.
- ALWAN, L. C., ROBERTS, H. V. Time-Series Modeling for Statistical Process Control. **Journal of Business & Economic Statistics**, v.6, n.1, p. 87-95, 1988.
- ALWAN, L. C.; RADSON, D. Time-series investigation of subsample mean charts. **IIE Transactions**, v.24, p.66-80, 1992.
- APLEY D.W.; TSUNG F. The autoregressive T^2 chart for monitoring univariate autocorrelated processes. **Journal of Quality Technology**.v.34. p.80-96, 2002.
- APLEY, D. W.; LEE, H. C. Design of exponentially weighted moving average control charts for autocorrelated processes with model uncertainty. **Technometrics**, v.45, p.187-198, 2003.
- BAGSHAW, M.; JOHNSON, R. A. The effect of serial correlation on the performance of CUSUM tests II, **Technometrics**, v.17, p.73-80, 1975.
- BOX, G.E.P.; JENKINS, G. Time Series Analysis: Forecasting and Control. Holden-Day, San Francisco. 1976
- COSTA, A. F. B.; CASTAGLIOLA, P. Effect of Measurement Error and Autocorrelation on the X-bar Chart. **Journal of Applied Statistics**, v.38, n.4, p.661-673, 2011.

COSTA, A. F. B.; CLARO, F. A. E. Double sampling control chart for a first-order autoregressive and moving average process model. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v.39, n.5-6, p.521-542, 2008.

COSTA, A. F. B.; MACHADO, M. A. G. Variable parameter and double sampling \bar{X} charts in the presence of correlation: The Markov chain approach. **International Journal of Production Economics**, v.130, n.2, p.224-229, 2011.

ENGLISH, J. R.; LEE, S. C.; MARTIN, T. W.; TILMON, C. Detecting changes in autoregressive processes with X-bar and EWMA charts. **IIE Transactions**, v.32, p.1103-1113, 2000.

FRANCO, B. C.; COSTA, A. F. B.; MACHADO, M. A. G. Economic-statistical design of the \bar{X} chart used to control a wandering process mean using genetic algorithm. **Expert Systems with Applications**, v.39, p.12961-12967, 2012.

HARRIS, T. J.; ROSS, W. H. Statistical process control procedures for correlated observations. **Canadian Journal of Chemical Engineering** 69, 48-57, 1991.

JIANG, W.; TSUI, K. L.; WOODALL, W. H. A new SPC monitoring method: The ARMA chart. **Technometrics**, v.42, n.4, p.399-410, 2000.

JIANG, W.; TSUI, K.-L. Some properties of the ARMA control chart. **Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications**, v.47, p.2073-2088, 2001.

KALGONDA, A. A.; KULKARNI, S. R. Multivariate quality control chart for autocorrelated processes. **Journal of Applied Statistics**, v.31, p.317-327, 2004.

LIN, S.-N.; CHOU, C.-Y.; WANG, S.-L.; LIU, H.-R. Economic design of autoregressive moving average control chart using genetic algorithms. **Expert Systems with Applications**, v.39, p.1793-1798, 2012.

LIN, S.-Y.; GUH, R.-S.; SHIUE, Y.-R. Effective recognition of control chart patterns in autocorrelated data using a support vector machine based approach. **Computers & Industrial Engineering** 61, 1123-1134, 2011.

LIN, Y. C. The variable parameters control charts for monitoring autocorrelated processes. **Communications in Statistics - Simulation and Computation**, v.38, n.4, p.729-749, 2009.

LJUNG, G. M.; BOX, G. E. P. On a measure of lack of fit in time series models. **Biometrika**. v.65, p. 297-303, 1978.

LU, C. W.; REYNOLDS Jr, M. R. CUSUM Charts for Monitoring an Autocorrelated Process. **Journal of Quality Technology**, v.33, n.3, p.316-334, 2001.

LU, C. W.; REYNOLDS Jr, M. R. EWMA control charts for monitoring the mean of autocorrelated processes. **Journal of Quality Technology**, v.31, n.2, p.166-188, 1999a.

LU, C. W.; REYNOLDS Jr, M. R. EWMA control charts for monitoring the mean and variance of autocorrelated processes. **Journal of Quality Technology**, v.31, n.3, p.259-274, 1999b.

LWIN, T. Parameter estimation in first-order autoregressive model for statistical process monitoring in the presence of data autocorrelation. **Journal of Statistical Planning and Inference**, v.141, p.2556-2575, 2011.

MASON, R.; TRACY, N.; YOUNG, J. Monitoring a multivariate step process. **Journal of Quality Technology**, v.28, p.39-50, 1996.

MASON, R.; YOUNG, J. C. **Multivariate statistical process control with industrial applications**. Alexandria. Society for Industrial and Applied Mathematics. 2002.

MERTENS, K.; VAESSEN, I.; LÖFFEL, J.; KEMPS, B.; KAMERS, B.; ZOONS, J.; DARIUS, P.; DECUYPERE, E.; DE BAERDEMAEKER, J.; DE KETELAERE, B. An intelligent control chart for monitoring

of autocorrelated egg production process data based on a synergistic control strategy. **Computers and Electronics in Agriculture**, v.69, p.100–111, 2009.

MONTGOMERY, D. C. **Introduction to Statistical Quality Control**, 5ª edição, Wiley Sons, 2004.

MONTGOMERY, D. C.; MASTRAGELO, C. M. Some Statistical Process Control Methods for Autocorrelated Data. **Journal of Quality Technology**, v.23, n.3, p.179-193, 1991.

NOOROSSANA, R., VAGHEFI, S. J. M. Effect of autocorrelation on performance of the MCUSUM control chart. **Quality and Reliability Engineering International** 22, 191–197, 2006.

PACELLA, M.; SEMERARO, Q. Using recurrent neural networks to detect changes in autocorrelated processes for quality monitoring. **Computers & Industrial Engineering**, v.52, p.502–520, 2007.

PAN, X.; JARRETT, J. Why and how to use vector autoregressive models for quality control: the guideline and procedures. **Quality and Quantity**, v.46, n.3, p.935-948, 2011.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org/>, 2014.

REYNOLDS JR, M. R.; ARNOLD, J. C.; BAIK, J. W. Variable Sampling Interval \bar{X} Charts in the Presence of Correlation. **Journal of Quality Technology**, v.28, n.1, p.12-30, 1996.

RUNGER, C. G.; WILLEMAIN, T. R. Model-based and Model-Free control of autocorrelated process. **Journal of Quality Technology**, v.27, p.283-292, 1995.

SHEWHART, W. A. **Quality control charts**. Bell System Technical Journal, 1926.

SOLEIMANI, P.; NOOROSSANA, R.; AMIRI, A. Simple linear profiles monitoring in the presence of within profile autocorrelation. **Computers & Industrial Engineering**, v.57, p.1015-1021, 2009.

VANBRACKLE, L. N.; REYNOLDS JR, M. R. EWMA and CUSUM Control Charts in the Presence of Correlation. **Communications in Statistics-Simulation and Computation**, v.26, n.4, p.979-1008, 1997.

VANDER, W. S. A. Monitoring Processes That Wander Using Integrated Moving Average Models. **Technometrics**, v.38, n.2, p.139-151, 1996.

VASILOPOULOS, A. V.; STAMBOULIS, A. P. Modification of control chart limits in the presence of data correlation. **Journal of Quality Technology**, v.10, n.1, p.20-30, 1978.

WANG, H-Y. A EWMA for monitoring stationary autocorrelated process. Conference Paper. **Anais: International Conference on Computational Intelligence and Software Engineering. IEEE**, 2009.

WARDELL, D. G.; MOSCOWITZ, H.; PLANTE, R. D. Run-Length distributions of special-cause control charts for correlated processes. **Technometrics**, v.36, p.3-17, 1994.

YANG S. F.; YANG C.M. An approach to controlling two dependent process steps with autocorrelated observations. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v.29, p.170-177, 2006.

YULE, G.U. On a Method of Investigating Periodicities in Disturbed Series, with Special Reference to Wolfer's Sunspot Numbers. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Ser. A**, v. 226, p. 267-298. 1927.

ZHANG, N.F. Detection capability of residual control chart for stationary process data. **Journal of Applied Statistic**. v. 24, p.363–380, 1997.

ZOU, C.; WANG, Z.; TSUNG, F. Monitoring autocorrelated process using variable sampling schemes at fixed-times. **Quality and Reliability Engineering International**, v.24, n.1, p.55-69, 2008.