Aplicação Conjunta do Método de Dijkstra e Otimização Combinatória para Solução do Problema do Caixeiro Viajante

Daiana Fernandes da Silva
Universidade São Francisco
financeiro@nautilus.ind.br

Alexandre Leme Sanches
Universidade São Francisco
alex_sanches68@hotmail.com

RESUMO

Os problemas de roteirização, muito utilizados na logística atual, cada vez mais são objetos de pesquisas e estudos. Entre os problemas clássicos ganha destaque o Problema do Caixeiro Viajante (PCV) pela sua grande gama de aplicações. O PCV necessita de um grafo/rede onde constem apenas os pontos a serem percorridos o que geralmente não ocorre nos mapas rodoviários. Para tanto se faz necessário a aplicação conjunta de um método que permita que sejam obtidas as distâncias entre todos os pontos da rede a ser efetivamente percorrida e para isso é utilizado o método de Dijkstra.

Palavra-Chave: Caixeiro Viajante, Roteirização, Dijkstra.

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo a otimização da roteirização de veículos, utilizando os métodos do Caixeiro Viajante e o Método de Dijkstra. O Caixeiro viajante é falho quando utilizado isoladamente, por isso surge a proposta de aliar o Método de Dijkstra para complementá-lo, assim será obtido a otimização da rota, o termo roteirização, embora não encontrado nos dicionários de língua portuguesa, é a forma que vem sendo utilizada como equivalente ao inglês *"routing"* (ou *"routeing"*) para designar o processo de determinação de um ou mais roteiros ou seqüências de paradas a serem cumpridos por veículos de uma frota, objetivando visitar um conjunto de pontos geograficamente dispersos, em locais pré-determinados, que necessitam de atendimento. O termo roteamento de veículos também é utilizado alternativamente por alguns autores (Cunha, 1997).

De acordo com Assad (1988) a roteirização de veículos consiste em uma das histórias de grande sucesso da Pesquisa Operacional nas últimas décadas. Isto pode ser medido pelo expressivo número de artigos que vêm sendo publicados ao longo dos anos na literatura especializada.

O primeiro problema de roterização a ser estudado foi o do problema do caixeiro viajante (no inglês *"traveling salesman problem"* ou TSP), que consiste em encontrar o roteiro ou seqüência de cidades a serem visitadas por um caixeiro viajante que minimize a distância total percorrida e assegure que cada cidade seja visitada exatamente uma vez.

Problemas do tipo caixeiro viajante também são encontrados em outras áreas como logística ou operação de frotas, tais como em linhas de montagem de componentes eletrônicos, onde se busca encontrar, por exemplo, o roteiro de mínima distância para um equipamento cuja tarefa é soldar todos os componentes de uma placa eletrônica. O menor percurso total do equipamento para percorrer todos os pontos da placa está diretamente associado ao desempenho da linha (Souza, 1993).

Há também outras técnicas inspiradas na capacidade da natureza de adaptação ao meio onde vivem, através da recombinação e mutação de indivíduos, mais precisamente, recombinar soluções atuais (soluções pai) para melhorar futuras soluções (soluções filho). Nessa classe estão algoritmos de computação evolutiva, como os Algoritmos Genéticos (Holland, 1975).

Reeves (1993) define heurística como uma técnica que busca boas soluções com um custo computacional razoável, sem garantir soluções factíveis ou ótimas, e em muitos casos, não e capaz de declarar o quão próximo uma solução factível esta da solução ótima.

2. METODOLOGIA

Na pesquisa em questão, a importância da exploração e descrição dos métodos se sobrepõe à do objeto de pesquisa. A abordagem, no caso sendo quantitativa, destaca a evidência de relações causais, operacionalização de conceitos e conclusões que, conforme o enfoque, podem ser generalizadas.

O conceito de pesquisa descritiva também se aplica ao caso, pois esta tem como objetivo a descrição de características de determinado processo estudado, ou o estabelecimento de relações entre variáveis. Algumas pesquisas descritivas vão além da simples identificação da existência de relações entre variáveis, pretendendo-se determinar a natureza dessa relação, tendo-se então, uma pesquisa descritiva que se aproxima da explicativa. Há casos de pesquisas que, embora definidas como descritivas, proporcionam uma nova visão do problema, o que as aproximam das pesquisas exploratórias.

O método de pesquisa adotado é, portanto, a Pesquisa Experimental, pois segundo Bryman (1995), de um modo geral, além de se adequar ao caso em questão, o experimento representa o melhor exemplo de pesquisa cientifica. Consiste em determinar um objeto de estudo, selecionar variáveis que seriam capazes de influenciá-lo, definir as formas de controle e de observação dos efeitos que a variável produz no objeto.

Figura 1 – Metodologia da Pesquisa

Metodologia	
Abordagem	Quantitativa
Tipo de Pesquisa	Descritiva (Exploratória)
Método de Pesquisa	Experimentação

Para o desenvolvimento do trabalho, é apresentado um caso onde uma rede extraída de um mapa apresenta pontos a serem percorridos, para a preparação da rede é aplicado o algoritmo de Dijkstra e posteriormente a otimização combinatória por varredura.

3. O PROBLEMA DO MENOR CAMINHO

O Problema do Menor Caminho é bem conhecido da teoria de grafos/fluxos em redes, ele aparece em uma grande variedade de aplicações, por exemplo, em telecomunicações, transporte, correios, etc., Onde seja necessário encontrar um caminho mais rápido, barato ou confiável entre dois pontos.

Esse problema consiste em encontrar o menor caminho entre uma origem e um destino, dentro de uma rede, minimizando o custo de travessia de um grafo, entre dois nós (ou vértices), custo este dado pela soma dos pesos de cada aresta percorrida.

Há diversos métodos de metaheurísticas. Alguns podem ser vistos como extensões de algoritmos de busca local que procuram sair de regiões com poucas possibilidades de encontrar ótimas soluções e ir para locais onde as melhores soluções podem estar presentes. Isso e proposto por algoritmos como Busca Tabu [2], Busca Local Iterativa (ILS - Iterated Local Search) [3], Busca em Estrutura de Vizinhanca Variavel (VNS - Variable

Neighborhood Search) [4,5], Simulated Annealing [6] e GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedures) [7,8].

Os algoritmos especializados em solucionar o problema do menor caminho são eventualmente chamados de *algoritmos de busca de caminhos*. Entre os algoritmos dessa classe, o que mais se destaca pela sua simplicidade é o algoritmo de Dijkstra.

Dijkstra, (1957), foi um dos primeiros pesquisadores a tratar do problema ao apresentar um método para encontrar a menor distância entre dois pontos específicos numa rede.

4. O MÉTODO DE DIJKSTRA

O Algoritmo de Dijkstra é um dos algoritmos que calcula o caminho mínimo entre nós de uma rede. Escolhido um nó como origem, este algoritmo encontra o caminho mínimo deste nó para todos os demais nós da rede. Este algoritmo parte de uma estimativa inicial para o caminho mínimo e vai sucessivamente ajustando esta estimativa. Ele considera que um nó estará fechado quando já tiver sido obtido um caminho mínimo do nó origem até ele. Caso contrário ele dito estar aberto. Na figura 2 apresenta um grafo ilustrativo para melhor compreensão do algoritmo.

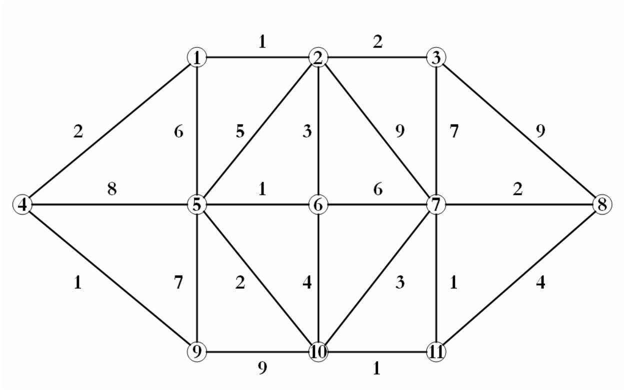

Figura 2 – Grafo ilustrativo com 11 vértices

Fonte: http://meusite.mackenzie.com.br/edsonbarros/publicacoes/ICECE2007_212.pdf

Algoritmo: Seja **s** o nó origem:

- Atribua valor zero à distância do nó **s** a ele mesmo (origem) e infinito às demais;
- Atribua um valor qualquer aos precedentes (o precedente de um nó **t** é o nó que precede **t** no caminho mínimo de **s** para **t**);
- Enquanto houver nó aberto;
- Seja **k** um nó ainda aberto cuja distância seja a menor dentre todos os nós abertos;
- Feche o nó **k;**
- Para todo nó **j** ainda aberto que seja sucessor de **k** faça:
- Some a estimativa do nó **k** com a distância do arco que une **k** a **j**;
- Caso esta soma seja menor que a distância anterior para o nó **j**, substitua-a e anote **k** como precedente de **j**.

Quando todos os nós tiverem sido fechados, os valores obtidos serão as distâncias mínimas que partem do nó origem até os demais nós da rede. O caminho propriamente dito é obtido a partir dos nós chamados acima de precedentes.

5. O PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE (PCV)

O problema do caixeiro viajante – PCV (Traveling Salesman Problem – TSP) é um dos mais tradicionais e conhecidos problemas de programação matemática. O objetivo do PCV é encontrar, em um grafo G= (V, A), o circuito hamiltoniano de menor custo.

Um grafo, numa definição bem simples, é um conjunto de Vértices e Arestas. Os vértices (ou nós) são pontos que podem representar cidades, depósitos, postos de trabalho ou atendimento. Já as arestas são linhas que conectam os vértices, podendo representar ruas ou estradas, por exemplo. Um circuito hamiltoniano é um passeio que percorre todos os vértices de um grafo e retorna ao vértice de origem (início do passeio), passando por cada vértice apenas uma vez.

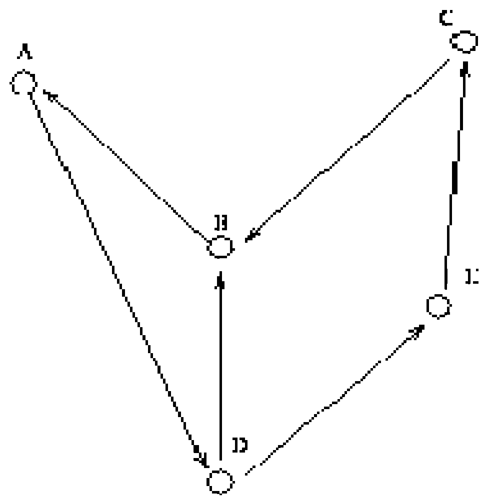

Figura 3 – Exemplo do circuito hamiltoniano

Fonte: homepages.dcc.ufmg.br/.../tp2/tp21/tp21.html

Tal passeio recebe esse nome devido a Willian Rowan Hamilton que, em 1857, propôs um jogo que denominou *Around the World*. O jogo foi elaborado sobre um dodecaedro em que cada vértice estava associado a uma cidade importante da época. O objetivo era encontrar uma rota através dos vértices do dodecaedro que iniciasse e terminasse em uma mesma cidade sem nunca repetir uma visita.

O Problema do Caixeiro Viajante é importante devido a pelo menos três de suas características: grande aplicação prática, grande relação com outros modelos e grande dificuldade de solução exata. Em suas diversas versões, o PCV está presente em inúmeros problemas práticos, como por exemplo:

a) Na maioria dos problemas de roteamento de veículos.

b) Na solução de problemas de programação e distribuição de tarefas em plantas.

c) Na solução de problemas de sequenciamento de DNA

d) Otimização de perfurações de furos em placas de circuitos impressos.

e) Otimização do movimento de ferramentas de corte.

f) Programação de operações de máquinas em manufatura.

g) Programação de transporte entre células de manufatura.

h) Trabalhos administrativos.

Para melhor ilustrar as aplicações em logística, veremos a seguir um exemplo:
Imagine que um empresário precisa visitar as filiais de sua empresa que estão localizadas nas capitais dos estados e no Distrito Federal.

É um exemplo simples, mas existem várias soluções para a questão, o empresário poderia sair de São Paulo com destino a Manaus e na seqüência seguir para Porto Alegre e depois para Belém. Certamente este não seria um bom início, pois estaríamos percorrendo grandes distâncias que encarecem o caminho. A idéia é encontrar um caminho que minimize as distâncias (ou custos). Uma sugestão seguramente melhor está ilustrada na figura 4.

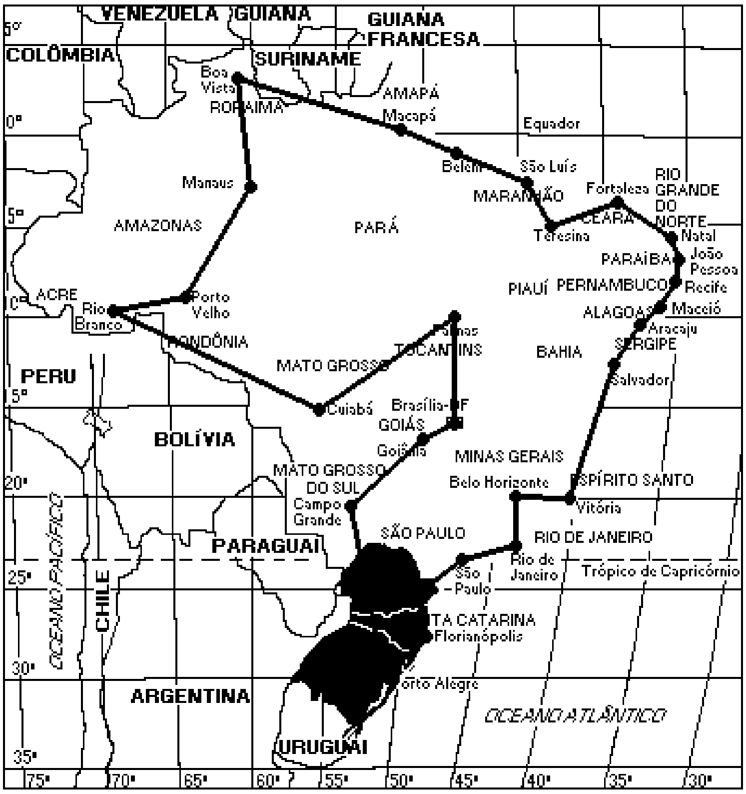

Figura 4 – Sugestão de rota

Fonte: http://guianet.com.br/mapa-br.gif

6. O MÉTODO COMBINADO

Para resolução do problema do caixeiro viajante é necessária a utilização prévia do método de Dijkstra, pois deve ser utilizada a menor distância entre os nós analisados na rede, o que não é fornecido pelos mapas. Para achar o número **R(n)** de rotas para o caso de **n** cidades, basta fazer um raciocínio combinatório simples e clássico. Por exemplo, no caso de n = 4 cidades, a primeira e última posição são fixas, de modo que elas não afetam o cálculo. As outras três cidades alternam posições definindo as possíveis rotas.

De modo semelhante, para o caso de **n** cidade, como a primeira é fixa, não há dificuldade em ver que o número total de escolhas que podemos fazer é (n -1) x (n-2) x ... x 2 x 1. De modo que, usando a notação de fatorial:

R(n) = (n - 1)!

Assim, a estratégia reducionista consiste em gerar cada uma dessas R(n) = (n - 1)! rotas, calcular o comprimento total das viagens de cada rota e ver qual delas tem o menor comprimento total.

7. APLICAÇÃO DO MÉTODO

Para a aplicação do método é apresentado um problema onde uma rede possui determinados nós a serem percorridos, mas não todos. A rede ideal apresenta somente os pontos a serem percorridos e suas respectivas distâncias. Inicialmente é aplicado o método de Dijkstra para obtenção da rede ideal e assim realizada a varredura do espaço amostral.

Determinar a menor distância e a respectiva rompem que parte do nó “A” passa pelos nós “E”, “G”, “F” e retorna para “A” (d em km):

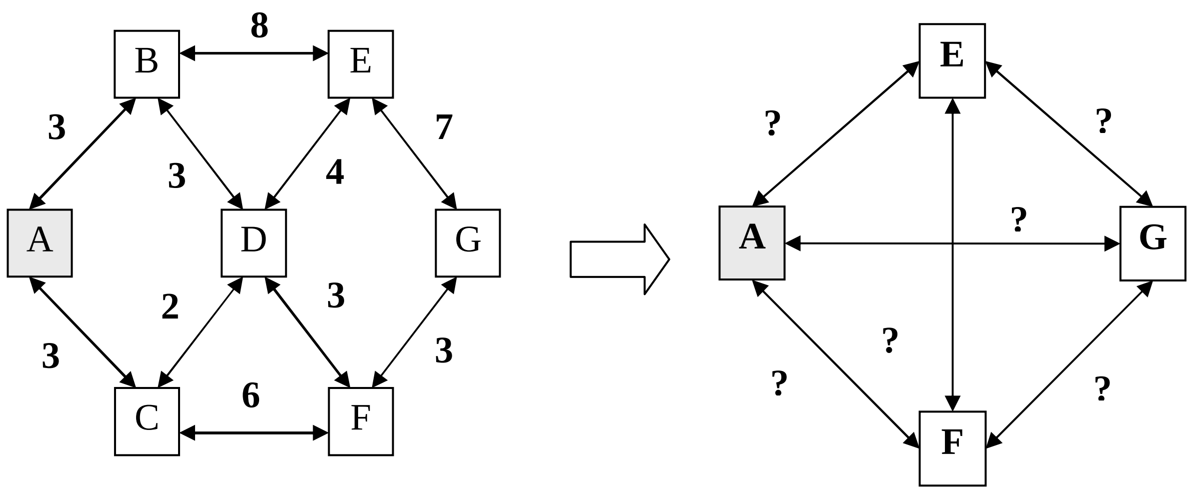

Figura 5: Rede de rotas

Figura 6: Tabela de dados

Nós	A	B	C	D	E	F	G
Dist.	0	3	3	5	9	8	11
Prec.	-	A	A	C	D	D	F

Para completar a rede, também é necessário aplicar o algoritmo de Dijkstra alterando a origem para outros nós, como G e E.

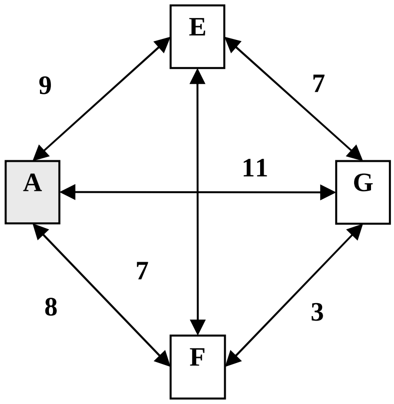

Figura 7: Alteração de origem

Como todas as setas possuem mão dupla, apenas três rotas necessitam ser calculadas;

AEGFA = 9+7+3+8 = 27

AEFGA = 9+7+3+11 = 30

AGEFA = 11+7+7+8 = 33

AEGFA = 9+7+3+8 = 27

Rota:

ACD**E**, **G**, **F**DC**A**

Na Rede Original

ACDEGFDCA

8. CONCLUSÕES

A combinação dos métodos apresentou-se bastante eficiente para o objetivo proposto.

O método de Dijkstra proporcionou a preparação correta para o desenvolvimento da otimização combinatória.

Na aplicação do método, um inconveniente foi à necessidade de se aplicar seguidamente o método de Dijkstra alterando a origem. Outra dificuldade, que pode ser considerada, é a complexidade dos cálculos quando o número de nós aumenta, em virtude do aspecto exponencial do problema. Porém, se for aplicado um recurso computacional, em certos casos, tal problema se resolve.

Para o caso de transportes, o método descrito não considera fatores como qualidade de estradas, congestionamentos, segurança, etc., mas somente distâncias, ou custos, sendo estes os arcos da rede.

O próximo passo nessa direção pode ser o desenvolvimento de um algoritmo que combine simultaneamente, de forma unificada, os métodos estudados, proporcionando agilidade para um recurso computacional.

Para trabalhos futuros, fica recomendada a aplicação do método de Dijkstra em conjunto com outro método heurísticos ou otimizantes como, por exemplo, os Algoritmos Genéticos, a Programação Dinâmica ou o Ponto Interior. Sempre buscando o aumento do escopo de problemas semelhantes a serem solucionados.

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSAD, A A. (1988) Modeling and implementation issues in vehicle routing. In: Vehicle Routing: Methods and Studies, B.L.Golden, A.A.Assad (eds), North Holland, Amsterdam, p. 7-46.

BARROS, E A R. Algoritmo de Dijkstra: Apoio Didático e Multidisciplinar na Implementação, Simulação e Utilização Computacional. Disponível em: http://meusite.mackenzie.com.br/edsonbarros/publicacoes'/ICECE2007_212.pdf. Acesso: 09 de março de 2009.

COSTA,M C B Disponível em http://homepages.dcc.ufmg.br/~nivio/cursos/pa02/tp2/tp21/tp21.html

CUNHA, C B. Aspectos Práticos da Aplicação de Modelos de Roteirização de Veículos a Problemas Reais. Disponível em: http://www.ptr.poli.usp.br/ptr/site-ant/docentes/cbcunha/files/roteirizacao_aspectos_praticos_CBC.pdf. Acesso: 06 de março de 2009.

CUNHA, C B. (1997) Uma contribuição para o problema de roteirização de veículos com restrições operacionais. São Paulo: EPUSP, Departamento de Engenharia de Transportes. 222p. (Tese de Doutoramento).

HOLLAND, J. H. (1975) Adaptation in natural and artificial systems. The University of Michigan Press, Ann Harbor, MI.

REEVES, C. R. Modern Heuristic Techniques for Combinatorial. Problems John Wiley & Sons. Inc. New York, 1993.

SAMPAIO, R M. Estudo e Implementação de Algoritmos de Roteamento sobre Grafos em um Sistema de Informações Geográficas. Disponível em: http://arxiv.org/ftp/cs/papers/0505/0505031.pdf. Acesso: 06 de março de 2009.

SOUZA, P S. (1993) Asynchronous organizations for multi-algorithms problems. Pittsburgh: Carnegie Mellow University, Department of Electrical and Computer Engineering. 139p. (Tese de Doutoramento).

WIKIPÉDIA.Disponível em http://pt.wikipedia.org/wiki/Problema_do_caminho_m%C3%ADnimo. Acesso: 09 de março de 2009.

[2] GLOVER. F. (1996) Tabu search and adaptive memory programing – Advances, applications and challenges. In R.S. Barr, R.V. Helgason, and J.L. Kennington, editors, Interfaces in Computer Science and Operations Research, pages 1-75. Kluwer.

[3] LOURENCO H.R.; Martin O.C. and T. St¨utzle. (2002) Iterated Local Search. In F. Glover and G. Kochenberger, editors, Handbook of Metaheuristics, pages 321-353. Kluwer, Boston.

[4] MLADENOVIC N. and Hansen. P. (1997) Variable neighborhood search. Computers &Operations Research, 24:1097-1100.

[5] HANSEN P. and Mladenovi´c N. (1999) An introduction to variable neighborhood search.In S. Voss, S. Martello, I. H. Osman, and C. Roucairol, editors, Meta-Heuristics: Advances and Trends in Local Search Paradigms for Optimization, pages 433- 458. Kluwer Academic Publishers, Boston, MA.

[6] KIRKPATRICK, S., C. D. Gelatt Jr., M. P. Vecchi. (1983) Optimization by Simulated Annealing,Science, 220, 4598, 671-680.

[7] FEO T.A. and Resende M.G.C. (1989) A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem. Operations Research Letters, 8:67-71.

[8] FEO T.A. and Resende M.G.C. (1995) Greedy randomized adaptive search procedures. Journal of Global Optimization, 6:109-133.