

Controle Fuzzy para Posicionamento de um Pêndulo Invertido

Moisés Duarte Filho
moisesdfilho@yahoo.com.br
UENF

Helga Giovanna Carvalho Fonseca Mendes de Jesus
helgagiovanna@uol.com.br
UENF

Jacqueline Magalhães Rangel Cortes
jmrc@uenf.br
UENF

Adelson Siqueira Carvalho
adelsonsc@gmail.com
IFF

Geraldo Galdino de Paula Junior
galdino@uenf.br
UENF

Resumo: Este trabalho visa apresentar o projeto de um controlador fuzzy para o sistema do pêndulo invertido sobre um carro que reaja a perturbações de forma rápida. O pêndulo invertido se destaca, não só por suas diversas aplicações, como controle da atitude de satélites ou a trajetória de foguetes e mísseis, mas por ser um sistema inerentemente instável, sendo não-linear e multivariável. Para este trabalho, propôs-se o controle da posição angular do pêndulo através da lógica fuzzy, com a permanência deste na posição vertical e com reação rápida e satisfatória a perturbações externas. Utiliza-se o programa MATLAB por possuir um desempenho de simulação considerado bom para o sistema de controle e fornecer meios computacionais de desenvolvimento de controladores fuzzy através de uma interface gráfica. Tais controladores podem ter seu desempenho verificado através da ferramenta Simulink, que fornece um ambiente de simulação para sistemas dinâmicos. Os resultados obtidos utilizam as ferramentas citadas anteriormente como suporte. Foi estabelecida a construção de um controlador, e mostra-se a metodologia de construção e ajustes, o melhoramento do mesmo nos testes realizados, e ao final do trabalho, os resultados dos desempenhos do mesmo.

Palavras Chave: Pêndulo Invertido - Controle Fuzzy - Lógica Fuzzy - Controlador -

1. INTRODUÇÃO

O exemplo do sistema de controle de um pêndulo invertido, o qual será abordado neste trabalho, é um problema clássico, que pode ser encontrado em Astrom e Furuta (1996), Romero e Orces (2007) e nos demais autores referenciados, referente ao uso de malhas de controle com realimentação, especialmente para sistemas instáveis. A razão do interesse para estudos da tecnologia de controle para esse tipo de sistema é que ele pode exemplificar as dificuldades práticas relacionadas com aplicações de sistemas de controle no mundo real. O modelo em estudo é semelhante aos utilizados para estabilização de foguetes em vôo, no posicionamento de guindastes especiais, como exemplos. Ele é um mecanismo com características dinâmicas inerentemente instáveis e representa uma plataforma útil para o estudo de outras aplicações também.

A proposta deste trabalho é utilizar a lógica *fuzzy* para projetar e implementar um controlador que equilibre o pêndulo na posição vertical sem se importar com o posicionamento do carro, robusto a perturbações externas. Como o surgimento da teoria de conjuntos *fuzzy*, proposta por Zadeh (1965), permitiu que uma nova abordagem de pesquisa na área de controle fosse inserida, com a possibilidade da criação de projetos de controladores independentes da especificação completa do modelo matemático da planta, ela veio ser a base de estudo para este trabalho. Buscou-se utilizar a lógica *fuzzy* pela sua habilidade de modelar processos multivariáveis e não-lineares, não tendo a necessidade de toda a informação da planta.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

2.1. APRESENTAÇÃO DO EQUIPAMENTO

O atuador deste equipamento é um motor de corrente contínua. Esse tipo de motor é utilizado com frequência em sistemas servomecânicos, visto que possui como características o ajuste de velocidade e pode ser controlado com alta precisão e flexibilidade. A tensão máxima destinada para esse motor é de +/- 2,5V.

O tipo de sensor utilizado para fazer a medição da posição do carro e da posição angular do pêndulo é o encoder. Esse é um transdutor que converte movimento angular ou linear em pulsos digitais elétricos. No caso do pêndulo é usado um encoder incremental. A explicação dos encoders do equipamento pêndulo pode ser mais bem encontrada no trabalho de Castro (2008), pois não é a proposta de estudo deste trabalho. As informações provenientes dos encoders são enviadas para o computador através de um conversor A/D de 11 bits, o que justifica o uso de ganhos após as leituras de posição angular do pêndulo registradas no capítulo referente aos resultados utilizados neste trabalho. Este conversor possui um período de amostragem de 1ms, e o encoder do pêndulo faz a leitura da posição deste em radianos e o encoder da posição do carro realiza a leitura em metros. No início de cada teste os sensores assumem posição inicial igual a zero, independente de onde se encontrem o carro e o pêndulo.

2.2. LÓGICA FUZZY

Nesta parte do trabalho é apresentado um breve estudo sobre os fundamentos da lógica *fuzzy*, com a explicação da sua finalidade, representação de valores e subconjuntos *fuzzy*.

2.2.1. O ESPECIALISTA

Segundo Huamaní (2003), existem duas fontes principais de informações consideradas na engenharia: os *sensores* que oferecem medidas numéricas das variáveis de interesse, e os *especialistas* que fornecem instruções de ordem linguística e descrições qualitativas do

sistema. Nos sistemas inteligentes, os conhecimentos necessários à solução de determinado problema são adquiridos e organizados em uma base de conhecimentos através de regras e/ou procedimentos.

2.2.2. REPRESENTAÇÃO DE VALORES *FUZZY*

A teoria de subconjuntos *fuzzy* nasceu da constatação de que quando a complexidade de um sistema aumenta, nossa habilidade para concluir fatos e tomar decisões que sejam ao mesmo tempo precisos e significativos, tende a diminuir até um limite a partir do qual precisão e relevância passam a ser características quase excludentes (ZADEH, 1973).

Os modelos baseados na lógica *fuzzy* são uma simplificação do processo real (CAMPOS e SAITO, 2004). Entretanto, estes sistemas permitiram mudar o paradigma clássico da teoria de controle de processos. Ao invés de se obter um modelo para o processo e a partir daí projetar um controlador com desempenho razoável, estes sistemas se propõem modelar diretamente como o ser humano controlaria este processo. O controle *fuzzy* permite imitar o operador humano tendo como base uma representação descritiva e experimental do processo. Assim, ele tenta produzir as ações de controle desejadas dos modelos da operação do sistema, ao invés de fazer uso dos modelos do próprio processo como em outras técnicas clássicas de controle, pois, ultimamente, a teoria clássica de controle, que trata somente de sistemas com uma entrada e uma saída, tornou-se insuficiente para sistemas com múltiplas entradas e saídas, segundo Ogata (2003).

2.2.3. SUBCONJUNTOS *FUZZY*

Este conceito de subconjuntos *fuzzy* foi introduzido de forma a evitar passagens bruscas entre duas classes de elementos, e a permitir que os mesmos não pertençam completamente nem a uma, nem a outra classe, ou melhor, que os elementos possam pertencer parcialmente a cada uma das classes. Os subconjuntos *fuzzy* respondem a necessidade da representação de conhecimentos imprecisos e/ou incompletos, seja porque eles são expressos numa linguagem natural por um observador humano, o qual não é capaz de fornecer maiores precisões, seja porque eles são oriundos da leitura de instrumentos que podem possuir erros de medição.

2.3. CONTROLE *FUZZY*

Nesta seção insere-se o estudo sobre o controle *fuzzy*, com a apresentação de seu funcionamento e objetivos, sua estrutura básica, com as definições para fuzzificação, defuzzificação, base de conhecimentos e escolha das variáveis e termos lingüísticos, e também apresentam-se suas características gerais.

2.3.1. FUNCIONAMENTO E OBJETIVO DO CONTROLE *FUZZY*

Os critérios para se especificar um controlador baseado na teoria de controle clássica, conforme Phillips e Harbor (1997), podem envolver as seguintes características (porém não estão resumidas a elas): rejeição a distúrbios; erros de regime estacionário; características da resposta transitória; sensibilidade às mudanças de parâmetros da planta.

O controlador baseado na lógica *fuzzy* não necessita de um modelo analítico completo do processo, ele calcula as suas ações em função de uma base de conhecimento heurística de como se deve controlar este processo. O controle *fuzzy* é na realidade uma função não-linear entre as variáveis de entrada e de saída do controlador, que exprime os conhecimentos que os especialistas (operadores e/ou engenheiros) possuem da operação do processo. Este controle permite generalizar e inferir dentro do universo de inferência ou discurso de cada variável

controlada. Ele contém um conjunto de regras, todas ativadas em paralelo ou simultaneamente. Assim, trabalha com inferência associativa paralela, ou seja, quando uma entrada é fornecida, o controlador dispara as regras paralelamente, com diferentes graus de ativação, para inferir um resultado ou saída (MACHADO, 2007). Os objetivos do controlador em questão podem ser os seguintes, dentre outros: controlar e operar automaticamente processos complexos, não-lineares e multivariáveis, com desempenho pelo menos equivalente ao dos operadores; respeitar as especificações e restrições operacionais; ser simples, robusto e operar em tempo real, obedecendo ao Princípio da Parcimônia¹.

2.3.2. ESTRUTURA DO CONTROLADOR BASEADO NA LÓGICA FUZZY

Uma arquitetura geral para um controlador baseado na lógica *fuzzy* é mostrada na figura 1:

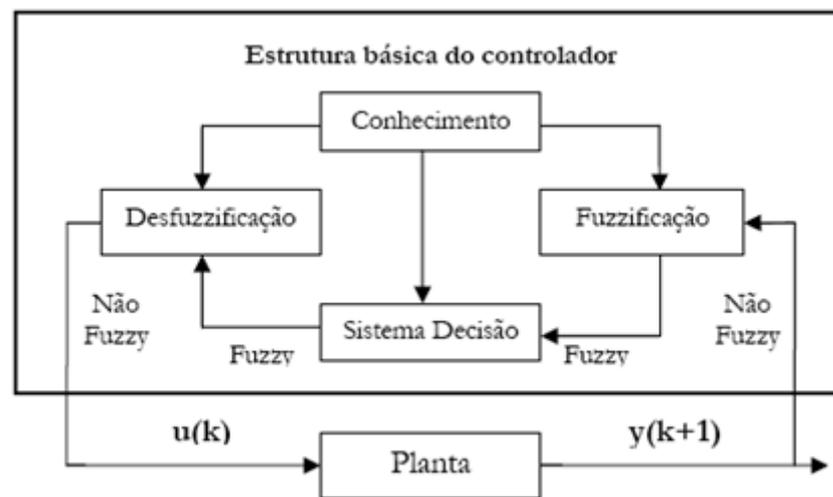


Figura 1: Diagrama de blocos da estrutura básica de um controlador *fuzzy* (PIRES, 2007).

Os principais elementos de uma arquitetura geral de um controlador *fuzzy* mostrada na figura 1 são: a fuzzificação, a base de regras *fuzzy* (conhecimento), máquina de inferência *fuzzy* (sistema Decisão) e a defuzzificação.

2.3.3. FUZZIFICAÇÃO DO CONTROLADOR FUZZY

Segundo Serra (2001), a interface de fuzzificação desempenha as seguintes funções: mudança de escala, ou seja, uma normalização da entrada, que mapeia os valores físicos das variáveis de estado do sistema controlado (variável de entrada) em um universo de discurso normalizado (domínio normalizado); conversão do valor da variável de entrada em um conjunto *fuzzy*, de modo a torná-lo compatível com a representação por conjunto *fuzzy* da variável de estado do sistema na regra antecedente. Assim, a interface de fuzzificação funciona da seguinte forma: $A' = F(x_0)$, onde x_0 é um valor preciso em um universo U , A' é um conjunto *fuzzy* definido no mesmo universo U e F é um operador fuzzificador.

¹ Princípio proposto por Ockam, filósofo inglês do século XVII, que enuncia que se existe mais de uma explicação para uma dada observação, devemos adotar aquela mais simples. Extraído de: <http://adi-38.bio.ib.usp.br/sbg2k/prinpar.html>. Acessado em 24/02/13.

2.3.4. ESCOLHA DAS VARIÁVEIS E TERMOS LINGUÍSTICOS

De acordo com Machado (2007), um conceito fundamental ao se trabalhar com conjuntos *fuzzy* é o de variável linguística. Entende-se por variável um identificador que pode assumir um, dentre vários valores e, deste modo, uma variável pode assumir um valor linguístico dentre vários outros em um conjunto de termos linguísticos.

Após a definição das variáveis controladas e manipuladas do sistema para a elaboração de um controle *fuzzy*, deve-se definir para cada variável o seu universo de discurso e o número de valores linguísticos necessários. Cada variável linguística recebe um nome e atributos que a definem como sendo de entrada ou de saída. Também é definido o range de valores possíveis para cada variável, sendo o padrão inicial definido com +/- 1 (valores normalizados).

Cada valor linguístico deve ser definido pela sua função de pertinência. Isto é de grande importância, pois um número muito grande desses valores sobrecarrega o sistema, porque implicaria um número maior de regras a serem definidas e executadas. Por outro lado, um número grande deste tipo de valor possibilita uma resposta e um ajuste mais fino do controle. Esta seleção deve ser bem feita e estruturada pelo especialista, visando ao melhor controle com simplicidade de elaboração.

2.3.5. BASE DE CONHECIMENTO

A base de conhecimento é onde se encontra as informações a respeito dos universos de discurso, dos valores linguísticos e das funções de pertinência de todas as variáveis envolvidas no sistema. Contém também o conjunto de regras, que associam as variáveis linguísticas de entrada com as de saída. Pode-se afirmar que esta base de um controlador *fuzzy* é o “cérebro” do sistema, onde está localizada a inteligência do mesmo (CAMPOS e SAITO, 2004).

Uma regra de controle *fuzzy* é uma declaração condicional da forma *IF* (*conjunto de condições satisfeitas*) e *THEN* (*conjunto de conseqüências que podem ser inferidas*). O antecedente é uma condição em seu domínio de aplicação, o conseqüente é uma ação de controle a ser aplicada no sistema controlado e tanto o antecedente como o conseqüente são inter-relacionados com conceitos *fuzzy*, ou seja, termos linguísticos.

Assim, a base de conhecimento é composta por dois componentes: *Base de dados* (*conhecimento*) e *Base de regras* (*sistema Decisão*). A base de dados contém as definições das funções de pertinência dos conjuntos *fuzzy*, especificando o significado das variáveis linguísticas. A base de regras é constituída pela compilação de regras *fuzzy* que representa o conhecimento do especialista.

O estilo de regras condicionais *fuzzy* é geralmente chamado regra do tipo “Mandani”, pois Mandani (1976) foi o primeiro quem o usou em uma regra *fuzzy* para controlar uma planta de usina a vapor (BURNS, 2001).

As regras de controle *fuzzy* são declarativas e não sequenciais, ou seja, a ordem em que se expressam não é importante. Como medida preventiva para a manutenção do controlador, recomenda-se agrupar as regras de acordo com as variáveis de suas premissas, como exemplo dado a seguir:

1. *If* (*erro_posicao_pendulo is Z*) and (*variacao_erro_pendulo is Z*) then (*TENSAO is Z*)
2. *If* (*erro_posicao_pendulo is PN*) and (*variacao_erro_pendulo is Z*) then (*TENSAO is PN*)

3. If (*erro_posicao_pendulo* is MN) and (*variacao_erro_pendulo* is Z) then (*TENSAO* is MN).
(Onde Z é zero, PN pouco negativo e MN muito negativo).

2.3.6. DEFUZZIFICAÇÃO DO CONTROLADOR *FUZZY*

A defuzzificação é o procedimento para mapear de um conjunto de inferência *fuzzy*, que possui variáveis linguísticas, para um conjunto de valores reais, que será o sinal de saída de controle.

O sistema de inferência produz uma quantidade de conjuntos *fuzzy* de saída igual ao número de regras contidas na base de conhecimento. Esta interface transforma a ação de controle linguística, baseada nos conjuntos *fuzzy* obtidos, em uma saída numérica. Dentre os métodos de defuzzificação abordados na literatura, tem-se: *Centro de área ou Centro de gravidade*, *Centro de somas*, *Centro de área máxima*, *Meio do máximo*, *Bisector*, entre outros.

O método de defuzzificação utilizado neste trabalho foi o *Bisector*, ou *Mediatriz*, que foi escolhido por tentativa-e-erro. Este método é a linha vertical que divide a região em duas sub-regiões de área igual. É, às vezes, coincidente com a linha centróide, mas nem sempre.

2.3.7. CARACTERÍSTICAS GERAIS DE UM CONTROLADOR *FUZZY*

Um controlador *fuzzy* é geralmente robusto em relação às variações nos parâmetros do processo, em função do processo de codificação. Uma outra característica é que não há necessidade de escrever uma regra para cada situação possível ou todas as regras possíveis para uma dada aplicação, uma vez que as saídas podem ser avaliadas em função das regras mais próximas. Isto decorre do fato da variável linguística ser definida por uma função de pertinência que cobre uma faixa de valores das variáveis de entrada. Portanto, uma regra que faça uso desta variável linguística é voltada para toda uma faixa de valores. Isso permite ao controlador certo poder de generalização e a diminuição do número de regras necessárias para cobrir todo o universo das entradas.

Obviamente, para problemas simples, a solução ótima do ponto de vista econômico continuará sendo o uso de controladores do tipo PID (Proporcional-Integral-Derivativo). De fato, o controlador PID clássico é um algoritmo simples e comprovadamente robusto. Estima-se que mais de 85% das malhas de controle de uma planta de processo industrial, como as da área petroquímica, utilizam este controlador, pois possui somente três parâmetros a serem ajustados (CAMPOS e SAITO, 2004) e o controlador *fuzzy* possui maior complexidade e número maior de parâmetros a serem ajustados. Entretanto, para problemas mais complexos, o controlador *fuzzy* pode vir a ser uma solução mais adequada, pois permitirá a operação do sistema em uma região maior de funcionamento, ou mais próxima dos limites de operação do processo.

2.4. REVISÃO DA LITERATURA

Nesta seção, será mostrado, de forma breve, de que modo está a pesquisa no meio acadêmico com a utilização de controles avançados para o pêndulo invertido. O trabalho não visou esgotar o assunto, mas criar uma boa base de pesquisa para este e para os futuros.

Como já mencionado, o pêndulo invertido é um sistema intrinsecamente instável e complexo para se analisar por meio de seu modelo matemático completo, por isso vários pesquisadores abordam este sistema através de diversas formas de controle. Dentre algumas aplicações que utilizam os conceitos relacionados ao estudo do pêndulo, uma relativamente recente é o controle da oscilação de arranha-céus, encontrado em Ribeiro (2007). As construções de grandes alturas tendem a apresentar o inconveniente de se tornarem

vulneráveis a ações de ventos, o que causa oscilações desagradáveis; e, em alguns locais, tornam-se até mesmo perigosas. Uma solução implementada foi instalar grandes contrapesos móveis no topo destes edifícios de forma que, com o auxílio de acionamentos hidráulicos, eles possam se mover de um lado para o outro, o que compensa a ação da força do vento e reduz, deste modo, a amplitude do movimento da estrutura.

De acordo com Silva (2009), modelos biomecânicos do modo de caminhar dos seres humanos têm aplicações em muitas áreas como esportes, fabricação de calçados, robótica, etc. A posição ereta estável de um homem ao caminhar se aproxima muito de um pêndulo invertido pivotado em suas articulações. O resultado desta modelagem é conhecido como Pêndulo Invertido Humano (HIP - *Human Inverted Pendulum*). Outros autores que abordaram esta aplicação, por exemplo, são Mochizuki e Amadio (2003).

Dentro da área de lógica *fuzzy* aplicada ao pêndulo invertido, encontram-se vários trabalhos publicados. Miranda et al. (2003) tiveram como objetivo estudar as noções básicas sobre os conjuntos *fuzzy* e compará-las com os conjuntos clássicos e também representar o conhecimento de um especialista num determinado domínio e a arquitetura de um sistema de controle difuso com a inferência de Mamdani, e com isso complementar a codificação de um sistema de controle *fuzzy*, usando linguagem C, aplicado ao controle do equilíbrio de um pêndulo invertido simplificado.

Ribeiro (2007) construiu um sistema de controle de um pêndulo invertido com o uso de componentes simples, para obter uma aplicação prática onde se testaram e foram comparadas diversas estratégias de controle alternativas. Já Romero e Orces (2007) implementaram um controlador PID (Proporcional-Integral-Derivativo) para o pêndulo invertido.

Campos (2008) propôs um levantamento das aplicações de controladores *fuzzy* na PETROBRAS. Um controlador multivariável *fuzzy* para otimização da operação de uma plataforma de produção de petróleo foi implementada na P-19, localizada na Bacia de Campos-RJ. Este sistema foi implementado acima do supervisor, lendo dados brutos e atuando na planta através do mesmo. O principal objetivo deste controlador é proporcionar um nível extra de controle para a planta, evitando que a mesma atinja os pontos de “trip” do sistema de segurança; pois, neste caso, a produção será interrompida, com todas as perdas associadas. Outra aplicação foi um controlador *fuzzy* alocando a carga dos fornos da unidade de Destilação, tendo como objetivo otimizar a planta, respeitando as restrições e estabilizar o processo, considerando as interações entre as diversas variáveis. Outras aplicações interessantes são encontradas ainda neste artigo.

Costa et al. (2009) apresentam a implementação didática de uma metodologia para controle *fuzzy* de sistemas não-lineares. Primeiramente, uma planta não-linear, o atrator de Lorenz é representado com o modelo nebuloso Takagi-Sugeno. Em seguida, é empregado um controlador nebuloso usando o conceito de Compensação Paralela Distribuída. Por fim, implantam-se estes conceitos no SimulinkTM a fim de obter uma melhor visualização e compreensão da aplicação de um projeto de controlador nebuloso. A principal idéia do modelo nebuloso T-S é dividir um sistema não-linear em sistemas lineares por partes a partir de regras nebulosas. Para cada regra nebulosa, é projetado um controlador nebuloso capaz de garantir estabilidade ao sistema. Souza (2006) também aborda o problema de modelagem e controle de uma classe de sistemas não-lineares utilizando modelos *fuzzy* Takagi-Sugeno, como também Tavares et al (2006).

Morais et al. (2005) tiveram por finalidade o estudo da construção e comparação de dois controladores: o PID (Proporcional-Integral-Derivativo) e o *fuzzy*. O primeiro por sua funcionalidade, enorme utilização e simplicidade de implementação. O segundo por

proporcionar a possibilidade de supervisão inteligente baseada apenas em informações qualitativas sobre a operação do sistema. Ambos são aplicados ao sistema do pêndulo invertido. Diferentemente disto, Widjaja (1996) descreve um procedimento de síntese de controlador *fuzzy* e utiliza-se de estratégias de controle LQR para modelagem do controle e aplica isto também no sistema pêndulo invertido.

Com respeito ao trabalho de Zavala et al (2009), apresenta-se um estudo experimental de um controlador *fuzzy* projetado em um microcontrolador PIC. O controlador é implementado como uma alternativa para o problema do controle de um equipamento pêndulo invertido em uma plataforma móvel que pode mover-se somente em duas direções (esquerda e direita) para mostrar o seu desempenho. Ele apresenta a descrição da estrutura do sistema, tanto de hardware desenvolvido como o algoritmo de controle. O controlador do sistema pode funcionar como um sistema mínimo ou, ainda, ser conectado a um computador para analisar graficamente a evolução de variáveis no tempo, em um ambiente Windows. O trabalho mostra os resultados obtidos através da aplicação deste tipo de controle para o pêndulo invertido e a reação do estado estável aos choques externos.

Existem ainda muitos outros trabalhos relacionados com o controle *fuzzy* e o pêndulo invertido, os quais podem servir de base para estudo do caso tratado neste trabalho. Dentre alguns importantes, podem-se citar Cavalcanti et al. (1999), que falam do posicionamento do pêndulo invertido utilizando algoritmos genéticos; Gonçalves (2006), o qual utiliza filtros de Kalman para simulação e controle do pêndulo; Li e Xu (2009) que também fazem uso de controle *fuzzy*, assim como Quadrelli et al. (2003), os quais tratam do controle das plantas não-lineares. Minhoto et al. (2000) fazem uso de modelos *fuzzy* e LMI para controle de sistemas não-lineares tendo com exemplo o pêndulo invertido.

2.5. DESENVOLVIMENTO DO CONTROLADOR

Será apresentado nesta seção, como foi a elaboração do controlador *fuzzy* para o pêndulo invertido, seus ajustes e peculiaridades encontradas ao longo da execução do trabalho.

2.5.1. CRIAÇÃO DA PLANTA DO PROCESSO

Com base em trabalhos realizados a literatura, este trabalho optou por utilizar como base de início os modelos fornecidos pelo próprio fabricante do equipamento e fazer as alterações necessárias com o controle *fuzzy* neles. Estes já possuíam diagramas de blocos no SimulinkTM para leitura da posição do carro e da posição do pêndulo.

Fez-se necessária a inclusão de dois blocos de “ganho” na planta, para codificar as leituras dos “encoders” do carro e do pêndulo para a leitura do programa, pois é necessária a mudança de range dos conversores A/D (Analógico-Digital) e D/A (Digital-Analógico), que são de 11 bits, para radianos e metros, para uma melhor leitura dos dados. O ganho inserido no sinal do carro foi de 0.156/2048, para transformar a medida da posição do carro em metros, e o ganho inserido no sinal do pêndulo foi de $-2\pi/2048$, para transformar a medida da posição do pêndulo em radianos. Isto foi verificado nos manuais do fabricante, e após estudos feitos e pesquisas realizadas.

Inicialmente, foi proposta a inclusão de duas variáveis de entrada no controlador *fuzzy* para o Pêndulo invertido, sendo elas o “**erro de posição angular do pêndulo**” e o “**erro de posição do carro**”. Obteve-se êxito na construção de controladores *fuzzy* para o pêndulo com o problema do Guindaste, em que ele é controlado com a haste voltada para baixo. Porém, o mesmo êxito encontrado para o controlador do Guindaste não pode ser obtido para o controlador do Pêndulo.

Foi necessária a inserção de novas variáveis, que foram a “variação do erro de posição do pêndulo” (ΔE_{pp}), a qual faz a diferença entre o erro de um dado instante “T” (E_T) e o erro no instante anterior “T-1” (E_{T-1}), ficando $\Delta E_{pp} = E_T - E_{T-1}$; e a “posição do pêndulo”, para indicar ao controlador se o pêndulo se encontra à esquerda do ponto central da haste horizontal ou à direita do mesmo. A inclusão desta será mais abordada na elaboração das funções de pertinência. Também foi necessária a retirada da leitura de posição do carro, já que o objetivo do trabalho é o controle de posição angular do pêndulo invertido e pela dificuldade encontrada em trabalhar com esta variável.

O componente *set-point*, que é o que se deseja para a variável de processo e tem como objetivo definir o comportamento do ponto de operação a ser aplicado no processo ao longo de todo o período de simulação, ficou estabelecido como 6,28 rad, que representa o pêndulo na posição vertical.

Então, o modelo do processo do equipamento Pêndulo ficou assim demonstrado na figura 2:

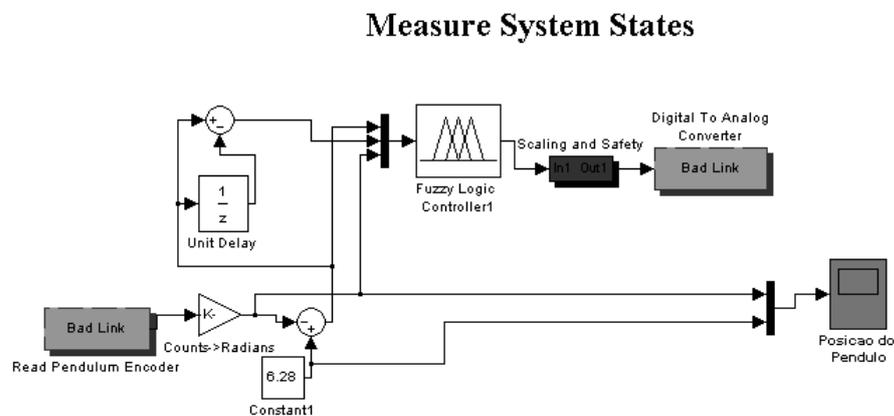


Figura 2: Planta de processo para controle do Pêndulo.

Pode-se notar que foi inserido um bloco de atraso no tempo, “unit delay”, para fazer a diferença entre os instantes dos erros, a fim de se obter a variável “variação do erro de posição do pêndulo”.

2.5.2. ELABORAÇÃO DAS FUNÇÕES DE PERTINÊNCIA

O primeiro controlador estabelecido para este trabalho foi feito com o uso de três funções de pertinência para cada variável, sendo elas Negativo (NEG), Positivo (POS) e Zero (Z). Elas foram definidas por meio de simulações e inspeções feitas de acordo com o equipamento, com a organização eficaz e suave das variáveis para o movimento do pêndulo.

Dietrich (2008) *apud* Silva (2009) determina empiricamente que o domínio máximo para o valor da variável de entrada “erro de posição angular do pêndulo” é de $\pm 45^\circ$, que equivale a ± 0.8 rad, como é utilizado no controlador *fuzzy* que Silva (2009) implementou. Neste trabalho, utiliza-se o range, ou domínio, para esta variável de ± 0.7 rad, segundo inspeções através de leituras nos gráficos obtidos da posição do pêndulo no MATLABTM.

Para a entrada “variação do erro de posição angular do pêndulo”, foi estabelecido como limites aceitáveis o dobro do domínio da variável anterior, ou seja, ± 1.5 rad.

Houve a necessidade da inserção desta variável, pois ao se construir o conjunto de regras para este primeiro controlador, encontrou-se certa dificuldade para se estabelecer a

saída do controlador quando o “erro de posição angular do pêndulo” era Zero. Descobriu-se que era necessário saber, para este caso específico, se a haste do pêndulo se encontrava à esquerda do *set-point* estabelecido ou à direita, para se inferir as regras de saída. À direita do ponto central da haste horizontal, a tensão atuante é positiva e vice-versa, ou seja, o pêndulo decrementa à direita da posição vertical, ou *set-point*, isto é, ele diminui o seu valor de posição em radianos no sentido horário e aumenta (ou incrementa) no sentido anti-horário. É importante ressaltar que, ao iniciar uma simulação no equipamento, é necessário que o pêndulo esteja colocado na posição vertical invertida, pois o controlador *fuzzy* criado controla o mesmo nesta posição, mas não o conduz até ela, se ele estiver em sua posição normal, que é para baixo.

Assim, baseado no movimento do pêndulo invertido e na leitura das posições do carro, que à esquerda do ponto central da haste horizontal, obtém-se tensão negativa, e à direita, obtém-se tensão positiva.

2.5.3. CONTROLADOR DE 11 REGRAS

Este primeiro conjunto de regras obtido teve 11 regras e ficou caracterizado por isso, pois após simulações feitas, passou por alterações nas funções de pertinência de suas variáveis.

Notou-se que quando a variável “erro de posição angular do pêndulo” é Zero, há duas saídas na tabela: uma considerando o pêndulo na esquerda, como, por exemplo “POS^E”, e outra considerando o pêndulo na direita, “POS^D”. Para a saída do controlador *fuzzy* do pêndulo invertido, criou-se a variável “Tensão”, com domínio de ± 2 V, respeitando-se os limites de tensão do equipamento. Como já dito anteriormente na seção de fundamentação teórica, o método de defuzzificação utilizado para os controladores do pêndulo foi o “Mediatriz”, após longos experimentos realizados com o equipamento e descoberta empírica que este método era o que melhor se encaixava no objetivo proposto.

2.5.4. CONTROLADOR DE 21 REGRAS

Logo após a elaboração do primeiro controlador de 11 regras, observou-se a necessidade de se obter um controlador com melhor desempenho. Decidiu-se, então, inserir cinco funções de pertinência em cada variável do controlador, o que resultou nestas: Muito Negativo (MN), Pouco Negativo (PN), Zero (Z), Pouco Positivo (PP) e Muito Positivo (MP). E manteve-se a variável “posição do pêndulo” com o mesmo formato, conforme explicação abordada anteriormente sobre sua inserção no controlador. Apresenta-se este segundo conjunto de regras de inferência obtido:

Epp	Δ Epp				
	MN	PN	Z	PP	MP
MN	MN		MN		MN
PN		PN	PN	PN	
Z	PN ^E /PP ^D	PN ^E /PP ^D	Z	MN ^E /MP ^D	MN ^E /MP ^D
PP		PP	PP	PP	
MP	MP		MP		MP

Figura 3: Conjunto de regras para o controlador *fuzzy*. Epp= variável “erro de posição angular do pêndulo”; Δ Epp= variável “variação do erro de posição angular do pêndulo”.

Para desenhar uma tabela de inferência com as bases de regras, utiliza-se uma matriz que cubra todas as possíveis combinações das entradas, como já visto anteriormente. Esta técnica é bem conveniente e encontrada em vários autores, como por exemplo, em Beristain (2000) e em Sousa e Francisco (2010). Dela, podem derivar-se todas as regras que irão formar uma base completa. Porém, pode-se verificar que a tabela anterior possui 21 regras, que caracteriza o nome do controlador, não foi totalmente preenchida. Isto se deu visto que as 21 regras atendem satisfatoriamente o objetivo proposto, que é de controlar o pêndulo na posição vertical, e por limitações da versão do software MATLABTM e da configuração do computador agregado ao equipamento.

Pode-se notar novamente que quando a variável “erro de posição angular do pêndulo” é Zero, há duas saídas na tabela para a ação de controle, que leva em consideração a posição do pêndulo em relação ao *set-point*.

E depois de algumas simulações feitas com alterações nos formatos das funções das variáveis de entrada e saída, chegou-se a melhores desempenhos, com as seguintes mudanças efetuadas:

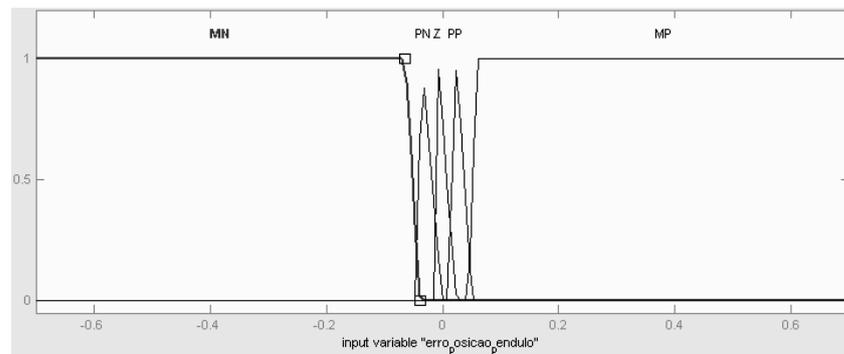


Figura 4: Funções de pertinência da variável de entrada “erro de posição angular do pêndulo”.

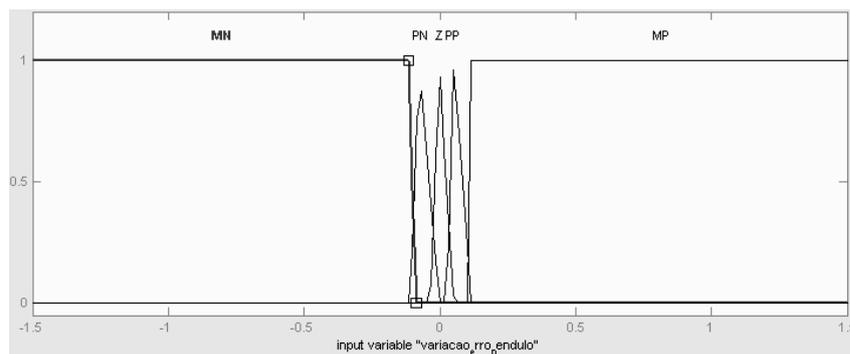


Figura 5: Funções de pertinência da variável de entrada “variação do erro de posição angular do pêndulo”.

E dentre essas variações feitas, também variaram as funções de pertinência da variável de saída “Tensão”, onde se obteve, para cada nova formatação mostrada a seguir, um novo tipo de controlador:

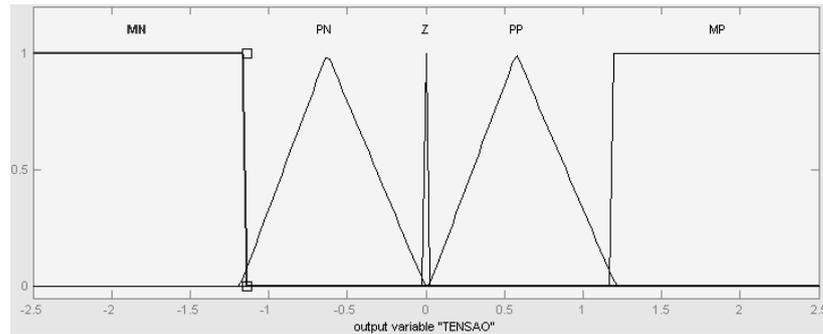


Figura 6: Funções de pertinência para a variável de saída “Tensão” do controlador de 21 regras.

A superfície não-linear de controle para este controlador de 21 regras se portou da seguinte maneira:

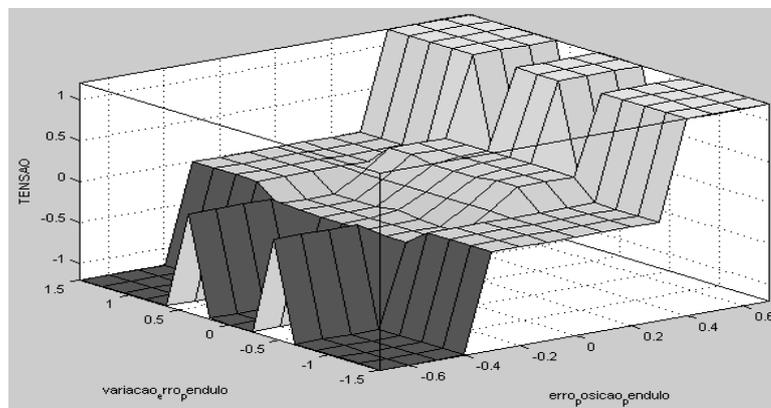


Figura 7: Gráfico da superfície do controlador *fuzzy* de 21 regras.

Muitos autores fazem uso do estudo da superfície de controle para escolher os seus controladores, como pode ser visto em Hussein et al. (2007) e em Wal (1995). O gráfico de superfície do controlador de 21 regras sofreu mudanças com as variações realizadas nos parâmetros dos controladores. A superfície aqui demonstrada teve o objetivo de visualizar a não-linearidade que controladores *fuzzy* obtiveram neste trabalho.

3. RESULTADOS

Verificam-se, neste capítulo, os resultados obtidos através das simulações feitas com os controladores e o êxito encontrado a partir dos mesmos.

Nota-se no gráfico adiante, alguns picos de vibrações. Eles são entradas em distúrbios, mostradas pelas “setas”, feitas manualmente no pêndulo, para verificar o desempenho e a qualidade do controlador. Com isso, percebeu-se que a capacidade do sistema em compensar distúrbios externos foi satisfatória. Com o pêndulo numa posição estável, o mesmo foi manualmente movido de sua posição de equilíbrio. A reação do sistema foi registrada e o resultado indicou que o controlador é capaz de compensar estes distúrbios dentro de determinada faixa de perturbação.

Para se estabelecer um rigor maior para a robustez do controlador, foi utilizado um método de desempenho, com o auxílio do MATLABTM, chamado “MSE”. MSE (Medium Squared Error) é um tipo de função de desempenho usado para avaliação de dados. Ele faz essa medição de acordo com a média dos erros ao quadrado. Quanto menor for o valor do MSE, melhor será o desempenho para o problema em questão. É possível encontrar o uso

deste método em vários autores, por exemplo, Cun et al. (1990). No caso do controlador do pêndulo invertido, a diminuição do valor do MSE significa que menor é a diferença entre a posição do pêndulo e o *set-point*, pois é com o resultado dessa diferença que é calculado o MSE. O controlador *fuzzy* de 21 regras para o pêndulo invertido foi o que mais sofreu variações neste trabalho e que também se mostrou satisfatório nas simulações dos seus variados tipos. O desempenho pode ser verificado pelo gráfico do resultado expresso na figura 8 a seguir:

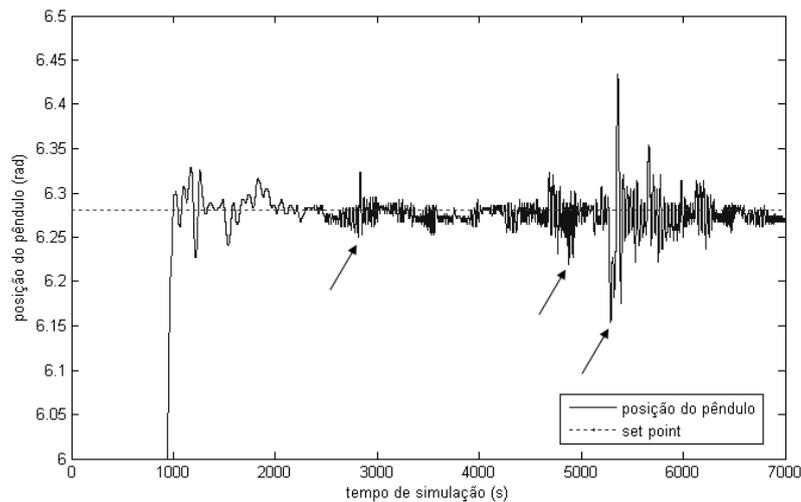


Figura 8: Gráfico de resultado para o controlador de 21 regras.

Para este controlador foi utilizado o teste de desempenho MSE. Dentre as variações feitas, pode verificar-se com o cálculo do MSE que a diferença entre a posição do pêndulo e o *set-point* diminuiu. Este apresentou valores decrescentes de 0.8921, 0.7533 e 0.6448. O gráfico da diferença entre a posição do pêndulo e o *set-point* para o último valor de MSE citado ficou da seguinte forma:

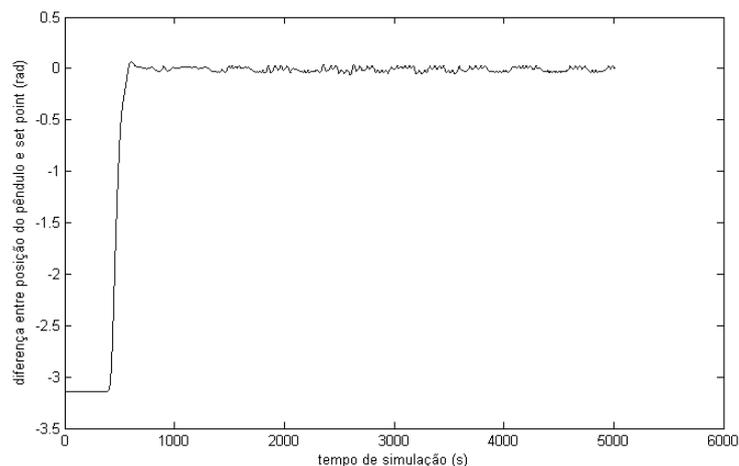


Figura 9: Gráfico de desempenho para o controlador de 21 regras. Diferença entre a posição angular do pêndulo e o *set-point*.

Os controladores de 21 regras se mostraram com melhores desempenho e robustez, pois obtiveram boa rejeição a distúrbios feitos manualmente no pêndulo. Nota-se isso também pela diminuição do valor do erro MSE entre o controlador de 11 regras e os de 21 regras, como pode ser verificado abaixo:

Tabela 1: Controladores com seus respectivos valores de MSE.

CONTROLADORES		
Alterações realizadas	11 regras	21 regras
1 ^a	0.9978	-
2 ^a	-	0.8921
3 ^a	-	0.7533
4 ^a	-	0.6448

4. CONCLUSÕES

Os comentários obtidos, em pesquisa de artigos, monografias e dissertações sobre o pêndulo invertido e o seu controle são frequentes, mas geralmente se mostram superficiais no que diz respeito à parte prática e normalmente apresentam-se com o intuito de ilustrar os conceitos teóricos. Foram encontradas várias abordagens diferentes para modelagem e controle para o sistema do pêndulo.

Os resultados encontrados neste trabalho indicam o potencial da utilização da lógica e controle *fuzzy* na implementação de experiências práticas em sistemas de controle de processos multivariáveis, inerentemente instáveis, não triviais, que apresentam não-linearidade e com certo grau de complexidade. As simulações realizadas com o equipamento em laboratório apresentaram resultados satisfatórios e são relativamente práticos de serem reproduzidos, pois a validação experimental foi cumprida.

Como visto neste trabalho, os controladores *fuzzy* permitem o controle de sistemas por meio de informações qualitativas, sem a expressa necessidade de modelar o sistema. Assim, sistemas de dinâmica multivariável e não-linear podem ter um controle eficiente sem a necessidade de linearização do sistema. O objetivo proposto – a implementação e testes com o controlador - foi alcançado, no que diz respeito ao controle de posição do pêndulo, o qual se apresentou satisfatoriamente no controlador obtido e com vários tipos de variações no mesmo. De acordo com as análises e os resultados demonstrados neste trabalho, pode-se concluir que os controladores utilizados são de grande interesse, pois minimizam o esforço humano na elaboração dos mesmos, por obterem resultados satisfatórios e por serem estruturas que não apresentam necessidade do modelo do processo.

Este trabalho visou apresentar novos campos de pesquisa para o controle de processos, não só valendo-se das novas técnicas avançadas, mas com o entendimento de que também tanto o controle convencional como o avançado precisam servir de base firme e bem fundamentada para os pesquisadores e engenheiros da área.

REFERÊNCIAS

- ASTROM, K. J.; FURUTA, K.** Swinging Up a Pendulum by Energy Control. In: 13th World Congress of IFAC. Vol. G. San Francisco, CA, EUA. 1996.
- BERISTAIN, L. J.** Algunas Aplicaciones de Logica Difusa a Teoria del Control. Dissertação de Mestrado do Curso de Ciências com especialidade em Sistemas Digitais. Instituto Politécnico Nacional, Tijuana, B. C., México. 2000.
- BURNS, R. S.** Advanced Control Engineering. Tradução dos autores. 1a ed. Woburn, MA, EUA: Butterworth-Heinemann, 2001.
- CAMPOS, M. M. de; SAITO, K.** Sistemas inteligentes em controle e automação de processos. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2004.
- CAMPOS, M. C. M. de.** Artigo: Aplicações de Controladores *fuzzy* na Petrobras. 2008.



- CASTRO, L. S.** Projeto de controlador digital: Problema do Guindaste utilizando o kit da Feedback 33-200/33-201. Monografia do Curso Superior de Tecnologia em Automação Industrial. IFF Campos Campus Centro, Campos dos Goytacazes/RJ, 2008.
- CAVALCANTI, J. H. F.; ALSINA, P. J., FERNEDA, E.** Posicionamento de um Pêndulo Invertido usando Algoritmos Genéticos. SBA Controle e Automação Vol. 10, n.o 1. 1999.
- COSTA, W. T.; NEPOMUCENO, E. G.; NETO, O. M.** Controle Nebuloso de Sistemas Não-Lineares via Método Takagi-Sugeno: Uma Abordagem Didática Usando Simulink™. Laboratório de Sistemas e Sinais, Departamento de Eng. Elétrica, Universidade Federal de São João del-Rei/MG. 2009.
- CUN, Y. L.; DENKER, J. S.; SOLLA, S. A.** Optimal Brain Damage. AT&T Bell Laboratories, Holmdel, N. J. 07733. 1990.
- GONÇALVES, C. W. P.** Simulação e Controle de um Pêndulo Duplo Invertido. Monografia do Curso de Engenharia Mecatrônica, Universidade de Brasília/DF. 2006.
- HUAMANÍ, I. R. L.** Sistemas Neurais Fuzzy Aplicados em Identificação e Controle de Sistemas. Dissertação de Mestrado do curso de Engenharia Elétrica e de Computação. Universidade Estadual de Campinas/SP, 2003.
- HUSSEIN, T.; ELSHAFEI, A. L.; BAHGAT, A.** Design of a Hierarchical Fuzzy Logic PSS for a Multi-Machine Power System. Proceedings of the 15th Mediterranean Conference on Control & Automation, Athens, Greece. 2007.
- LI, Z.; XU, C.** Adaptive Fuzzy Logic Control of Dynamic Balance and Motion for Wheeled Inverted Pendulums. Fuzzy Sets and Systems 160. p1787-1803. www.elsevier.com/locate/fss. 2009.
- MACHADO, J. B.** Modelagem e Controle Preditivo utilizando Multimodelos. Dissertação de Mestrado. Curso de Engenharia Elétrica e de Computação. Universidade Estadual de Campinas/SP. 2007.
- MANDANI, E. H.** Application of Fuzzy Logic to Approximate Reasoning Using Linguistic Synthesis. Department of Electrical and Electronic Engineering. Queen Mary College, University of London, England. p196-202. 1976.
- MINHOTO, M. C.; PIETROBOM, H. C.; ASSUNÇÃO, E.** Novos Resultados sobre a Estabilidade e Controle de Sistemas Não-lineares Utilizando Modelos Fuzzy e LMI. Revista Controle & Automação, Vol 11, no. 1. 2000.
- MIRANDA, P.; VILELA, M. B. J.; KRONBAUER, D.** Sistema de Controle Difuso de Mandani. Aplicações: Pêndulo Invertido e outras. Monografia do curso de Análise de Sistemas. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2003.
- MOCHIZUKI, L.; AMADIO, A. C.** Aspectos biomecânicos da postura ereta: a relação entre o centro de massa e o centro de pressão. Revista Portuguesa de Ciências do Desporto, Vol 3, n.o 3, p77-83. 2003.
- MORAIS, M. H. E. de; MURALIKRISHNA, A.; GUIMARÃES, L. N. F.** Sistema de Controle PID e Nebuloso Aplicado ao Problema do Pêndulo Invertido. 2005.
- OGATA, K.** Engenharia de Controle Moderno. Tradução: Paulo Álvaro Maya. 4. ed., 3ª reimpressão 2007. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2003.
- PHILLIPS, C. L.; HARBOR, R. D.** Sistemas de Controle e Realimentação. Tradução: L. F. Ricardo. São Paulo: Makron Books, 1997.
- PIRES, A. V.** Controladores Baseados em Técnicas de Inteligência Computacional: Análise, Projeto e Aplicações. Dissertação de Mestrado, Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais. 2007.
- QUADRELLI, G.; TANSCHAIT, R.; VELLASCO, M. M.** Neuro-Fuzzy Modelling and Control of Nonlinear Dynamic Systems. Learning and Nonlinear Models – Revista da Sociedade Brasileira de Redes Neurais, Vol. 1, N.o 1, pp1-9. 2003.
- RIBEIRO, R.** Implementação de um Sistema de Controle de um Pêndulo Invertido. Dissertação de Mestrado. Curso de Engenharia Elétrica. Universidade Federal de Itajubá/MG. 2007.
- ROMERO, T. R. F.; ORCÉS, P. E. H.** Modelado, Simulación y Control de un Pêndulo Invertido Usando Componentes Análogos Simples. 8º Congreso Iberoamericano De Ingenieria Mecanica, Cusco, Peru. 2007.
- SERRA, G. L. de O.** Computação Evolutiva e Sistemas Fuzzy. Trabalho de Revisão bibliográfica apresentada à disciplina Computação Evolucionária, ministrada pelo prof. Dr. Von Zuben, Curso de Computação



Evolucionária. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. Universidade Estadual de Campinas/SP. 2001.

SILVA, M. A. de O. Estudo de Técnicas de Controle Aplicada ao Sistema Pêndulo Invertido. Monografia do Curso de Engenharia de Controle e Automação. Universidade Federal de Ouro Preto/MG. 2009.

SOUSA, A. L. de; FRANCISCO, L. do E. S. Identificação de Controle Fuzzy de uma Planta Didática de Nível. Monografia do Curso de Engenharia de Controle e Automação, Instituto Federal Fluminense Campus Campos Centro, RJ. 2010.

SOUZA, R. B. M. de. Projeto de Reguladores Fuzzy Takagi-Sugeno Utilizando as Condições Iniciais da Planta. Dissertação de Mestrado. Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista/SP. 2006.

TAVARES, M. A.; SANTOS, R. B.; NETO, C. M.; LOPES, V. J. Controle de um Pêndulo Invertido utilizando o Modelo Fuzzy Takagi-Sugeno. 16º Simpósio de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Universidade Federal de Uberlândia/MG. 2006.

WAL, A. J. van der. Application of Fuzzy Logic in Industry. Elsevier: Fuzzy Sets and Systems 74, p33-41. 1995.

WIDJAJA, M.; YURKOVICH, S. Fuzzy Controller Synthesis for an Inverted Pendulum System. Control Eng. Practice, Vol. 4, No 4, pp.455-469. Elsevier Science Ltd. 1996.

ZADEH, L. A. Fuzzy Sets; Information and Control, v.8, n.1, p338-353. Berkeley, Califórnia, EUA. 1965.

ZADEH, L. A. Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Process. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Vol. SMC-3, NO. 1, p28-44. 1973.

ZAVALA, S. R.; ORTIZ, L. A. G.; MARÍN, J. A. Control de un Péndulo Invertido en Tiempo Real Usando Lógica Difusa. Facultad de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, División de Estudios de Posgrado, Morelia, Michoacán, México. 2009.