PROBLEMAS DE EFICIÊNCIA PRODUTIVA DO SETOR INDUSTRIAL BRASILEIRO À LUZ DO MODELO DEA CCR: UMA ABORDAGEM COMBINADA INPUT/OUTPUT COM ÊNFASE NA TEORIA DOS JOGOS

Mario Henrique Fernandes Silveira
mariofernandes90@gmail.com
FACESM

Antônio Suerlilton Barbosa da Silva
suerlilton@hotmail.com
FACESM

Aneirson Francisco da Silva
aneirson@gmail.com
FEPI

Resumo: As projeções dos alvos sobre uma fronteira de eficiência são recursos da Data Envelopment Analysis (DEA) que auxiliam o gestor no desenvolvimento de estratégias de melhoria. Neste artigo, aplica-se, em problemas de eficiência produtiva do setor industrial brasileiro, o modelo DEA-CCR, com orientação combinada input/output, incorporando a função de arbitragem de Nash, e mais especificamente, o modelo da barganha cooperativa. Foram obtidos resultados promissores, que foram validados por meio de uma análise macroeconômica, e que podem ser implementados pelos governantes, garantindo assim, uma maior eficiência na aplicação de recursos públicos nos Estados.

Palavras Chave: DEA - Teoria dos Jogos - Industria brasileira - -

1 INTRODUÇÃO

A Análise por Envoltória de Dados, conhecida como DEA – do inglês *data envelopment analysis* - é uma técnica de programação matemática desenvolvida por Charnes, Cooper e Rhodes (1978), a partir dai sendo chamado de modelo CCR, em homenagem aos seus autores. Banker, Charnes e Cooper (1984) relaxaram a suposição de retorno constante de escala do modelo CCR e elaboram o modelo BCC.

A metodologia DEA é utilizada para mensurar a eficiência produtiva das unidades tomadoras de decisão (DMU) e avaliar sua eficiência relativa. A produtividade da DMU é especificada como a proporção entre a soma ponderada de *outputs* sobre a soma ponderada de *inputs*. Na sequência, faz-se a comparação entre as DMU e define-se a(s) de maior(es) eficiência(s).

Os *inputs* podem ser os insumos utilizados por uma DMU e os *outputs* podem ser os produtos desta DMU. A metodologia DEA permite obter os chamados pesos ótimos[1] para todos os *inputs* e *outputs* de cada unidade, sem qualquer restrição sobre os mesmos.

A DEA tem tido excelentes aplicações nas medidas de desempenho em diversas situações tais como hospitais (AL-SHAMMARI, 1999), seleção de fornecedores (LIU; DING E LALL, 2000) avaliação de companhias aéreas (SOARES DE MELLO et al, 2003) etc. Desde sua criação várias combinações para o modelo DEA têm surgido com o objetivo de potencializar as vantagens dessa metodologia a diferentes aplicações (COOK; SEIFORD, 2009).

O principal propósito da DEA é a projeção das DMU ineficientes sobre uma fronteira de eficiência, amparando seus gestores a respeito das suas decisões quanto aos níveis ótimos de *inputs* e *outputs*, que possibilitarão às DMU operarem eficientemente (COOPER; SEIFORD; TONE, 2000).

Em 1985, Banker, Charnes e Cooper combinaram ambas as orientações em um modelo simples chamado de Modelo Aditivo que é uma formulação próxima dos modelos típicos da *Goal Programming* (GP), desenvolvidos por Charnes e Cooper (1961).

Desde o modelo de Solow (1956), muitos economistas desenvolveram várias técnicas para caracterizar o efeito da tecnologia sobre a produção. A Teoria Econômica sobre a Produção é baseada em fronteiras de possibilidades de produção e valores duais como custo, receita e lucro. Também estuda a quantidade de entradas que minimiza o custo, a quantidade de saídas que maximiza a receita e as necessidades de ambas que maximizam o lucro. O conceito de eficiência sempre foi muito discutido na Economia (BATISTA, 2009).

Este *paper* tem como objetivo principal aplicar o modelo DEA-CCR sob a ótica da teoria dos jogos de Barganha de Nash em problemas de eficiência produtiva, tendo como objeto de estudo o setor industrial brasileiro, para o ano de 2012.

A organização dada ao estudo foi a seguinte: além desta introdução fez-se uma breve revisão da literatura sobre as metodologias *Data envelopment analysis* (DEA) e *Goal Proamming* (GP) e a problemática da barganha de Nash. Na sequência, expôs-se a metodologia que permitiu obter os resultados evidenciados *a posteriori*. As considerações finais e as referências são apresentadas.

---

[1] Ter-se-á um problema de otimização quando do surgimento da necessidade de se maximizar ou se minimizar um resultado, dada uma restrição (PINDYCK, 2010).

2 OS MODELOS DEA E *GOAL PROGRAMMING* (GP)

O modelo DEA tem como propósito ser uma medida de eficiência em que, por meio da mesma, obtém-se o máximo de uma proporção de *inputs* e *outputs* que podem ser ponderados (CHARNES; COOPER; RHODES, 1978), como mostrado nas equações 1, 2, 3 e 4.

$$w_o = \max \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r . y_{r0}}{\sum_{i=1}^{m} v_i . x_{i0}} \tag{1}$$

$$\frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}} \leq 1, \quad j = 1,2,...,n \tag{2}$$

$$u_r \geq 0, r = 1, 2, \ldots, s. \tag{3}$$

$$v_i \geq 0, i = 1, 2, \ldots, m. \tag{4}$$

Com j representando o índice da DMU, j=1,..., n; r, o índice da saída, com r = 1,..., s; i, o índice da entrada, i = 1,..., m; y_{rj}, o valor da *r-ésima* saída para a *j-ésima* DMU; x_{ij}, o valor da *i-ésima* entrada para a *j-ésima* DMU; u_r, o peso associado a *r-ésima* saída; v_i, o peso associado a *i-ésima* entrada; w_o, a eficiência relativa de DMU_0 que é a DMU sob avaliação; e y_{r0} e x_{io} são os coeficientes tecnológicos das matrizes de dados de saídas e entradas, respectivamente.

No caso de w_o = 1, a DMU_0 é considerada eficiente quando comparada às demais unidades consideradas no modelo; se w_o <1, esta DMU é considerada ineficiente. Este modelo, representado pelas equações de (1) a (4), não é linear, sendo um caso de Programação Fracionária, mas podendo ser linearizado, como mostrado pelas equações de (5) a (9), conforme o modelo de Charnes, Cooper e Rhodes (1978), conhecido também como Retornos Constantes de Escala:

$$w_o = \max \sum_{r=1}^{s} u_r . y_{r0} \tag{5}$$

s.a:

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} = 1 \tag{6}$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{r0} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} \leq 0 \quad j = 1,2,....,n \tag{7}$$

$$u_r \geq 0, \quad r = 1,2,...,s. \tag{8}$$

$$v_i \geq 0, \quad i = 1,2,...,m. \tag{9}$$

O modelo dual[2] de CCR é dado pelas equações que vão de (10) a (13), conhecido como Modelo do Envelope.

$$\text{Min } \theta_0 \tag{10}$$

$$s.a:$$

$$x_{io}\theta_0 \geq \sum_{k=1}^{n} x_{ik}\lambda_k = x_{i\min} \ \forall i, \tag{11}$$

$$y_{jo} \leq \sum_{k=1}^{n} y_{jk}\lambda_k = y_{j\max} \forall j, \tag{12}$$

$$\lambda_k \geq 0 \ \forall k. \tag{13}$$

onde λ_K é o coeficiente de importância relativa da DMU$_k$; θ_0 é a medida radial de eficiência técnica da DMU$_0$; $x_{i\min}$ é o valor do alvo para o *input i* da DMU$_0$; $y_{j\max}$ é o valor do alvo para o *output j* da DMU$_0$.

O modelo BCC, de Banker, Charnes e Cooper (1984), relaxa a suposição de retorno constante de escala do modelo CCR, por meio de uma restrição de convexidade, na qual a fronteira é formada por combinações convexas de unidades eficientes, passando-se a admitir retorno variável de escala. Este modelo está evidenciado nas equações que vão de (14) a (18):

$$w_o = \max \sum_{r=1}^{s} u_r . y_{r0} + c_0 \tag{14}$$

s. a:

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} = 1 \tag{15}$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{r0} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} + c_0 \leq 0 \quad j = 1,2,\ldots,n \tag{16}$$

$$u_r \geq 0, \quad r = 1,2,\ldots, s. \tag{17}$$

$$v_i \geq 0, \quad i = 1,2,\ldots, m. \tag{18}$$

Os modelos CCR e BCC requerem que os *policy-makers* escolham a orientação, *output* (maximizar *ouputs*) ou *input* (minimizar *inputs*). Banker, Charnes e Cooper (1985) combinaram ambas as orientações em um modelo simples chamado de Modelo Aditivo que é uma formulação próxima dos modelos típicos da *Goal Programming* (GP), desenvolvidos por Charnes e Cooper (1961).

A diferença entre os modelos GP e DEA consiste na seguinte questão: enquanto o primeiro busca prever o desempenho futuro (*ex-ante facto*), minimizando os desvios das

[2] Ver Teorema da Dualidade (FRIED; LOVELL; SCHMIDT, 2008).

metas, o segundo avalia o desempenho passado (*ex-post facto*), maximizando os desvios unilaterais dos atuais níveis de *outputs* e *inputs*, obtendo-se os alvos em ambas as orientações (COOPER, 2005).

O Goal Programming é um modelo matemático linear que se limita a resolver problemas em que os objetivos da gerência podem ser estabelecidos em uma meta unidimensional, como maximização de lucro ou minimização de custo, para contornar o problema de metas incompatíveis o GP oferece uma meta principal e múltiplas submetas, bem como, múltiplas metas principais e múltiplas submetas (KILLOUGH; SOUDERS, 1973)

O Modelo Aditivo é um modelo de GP, conhecido por modelo unilateral, que pode ser utilizado quando somente um dos desvios dos alvos é importante para o *policy-maker*. Esse modelo permite que se incluam julgamentos de valor de especialistas, conhecedores do ramo de atividade e das características das DMU, por meio de pesos (w_m), associado às folgas, conforme expresso nas equações abaixo (19 a 22). Por ele, busca-se atribuir importância diferenciada na avaliação dos *inputs* e *outputs* (FERREIRA; GOMES, 2009).

$$\text{Max } \sum_{i=1}^{r} w_i^- s_i^- + \sum_{j=1}^{m} w_j^+ s_j^+ \tag{19}$$

$$s.a:$$

$$x_{io} - s_i^- = \sum_{k=1}^{n} x_{ik}\lambda_k = x_{i\,\min} \;\; \forall i, \tag{20}$$

$$y_{jo} + s_j^+ = \sum_{k=1}^{n} y_{jk}\lambda_k = y_{j\,\max} \;\; \forall j, \tag{21}$$

$$\lambda_k \geq 0 \;\; \forall k. \tag{22}$$

sendo s_i^- a folga associada ao *input i*; s_j^+ a folga associada ao *output j*; w_i^- o peso associado à importância relativa do *input i*; w_j^+ o peso associado à importância relativa do *output j*.

Cooper; Seiford e Tone, (2000) propuseram utilizar o inverso das amplitudes ($Z^- = x_{0maior} - x_{0menor}$; $Z^+ = y_{0maior} - y_{0menor}$) para tornar o processo de maximização da função objetivo independente das unidades de medidas dos *inputs* e *outputs*. Desta forma, os pesos dos *inputs* seriam $w_i^- = 1/\ Z^-$ e dos *outputs* $w_j^+ = 1/\ Z^+$ (SANTOS; MARINS; SALOMON, 2011).

Baseado no conceito do coeficiente de utilização dos recursos de Debreu (1951), pode-se introduzir dois coeficientes escalares e independentes das unidades de medida: α e β, com α proporcionando a máxima redução de todos os *inputs*, e β permitindo a máxima expansão de todos os *outputs*. Pode-se, assim, definir a eficiência técnica relativa conforme as equações 23 e 24:

(23)

$$\text{Eficiência} = \left\{ \min \frac{\alpha}{\beta} \, tal\, que \frac{\alpha \sum_{i=1}^{r} v_i x_{i0}}{\beta \sum_{j=1}^{m} u_j y_{j0}} \geq \frac{\sum_{i=1}^{r} v_i x_{i\min}}{\sum_{j=1}^{m} u_j y_{j\max}}, \frac{\sum_{i=1}^{r} v_i x_{i\min}}{\sum_{j=1}^{m} u_j y_{j\max}} = 1 \right\},$$

$$\left\{ \sum_{k=1}^{n} x_{ik} \lambda_k = x_{i\min} \ \forall i; \quad \sum_{k=1}^{n} y_{jk} \lambda_k = y_{j\max} \ \forall j; \quad \alpha \leq 1; \beta \geq 1; \ v_i \geq 0 \ \forall i; u_j \geq 0 \ \forall j \right\} \tag{24}$$

O problema acima pode ser representado pelo modelo (25) - (28), que tem múltiplas soluções ótimas representando as diversas opções de projeções de *output* e *input*:

$$\text{Min } \frac{\alpha}{\beta} \tag{25}$$

$$s.a:$$

$$x_{io}\alpha \geq \sum_{k=1}^{n} x_{ik}\lambda_k = x_{i\min} \ \forall i, \tag{26}$$

$$y_{jo}\beta \leq \sum_{k=1}^{n} y_{jk}\lambda_k = y_{j\max} \forall j, \tag{27}$$

$$\lambda_k \geq 0 \ \forall k, \alpha \leq 1, \beta \geq 1. \tag{28}$$

Os modelos aditivos, ou baseados em folgas, buscam estabelecer dois tipos de acordos entre as duas perspectivas (SANTOS; MARINS; SALOMON, 2011):

- Uma, sob ponto de vista de consumo abusivo de *inputs*, cujo objetivo é maximizar a parcela que pode ser economizada (correspondente ao excesso);
- Outra, sob ponto vista de produção deficiente de *outputs*, cujo objetivo é maximizar a parcela que pode ser acrescentada (correspondente às deficiências) aos níveis atuais de *outputs.*

A literatura (Bal, *Örkcü e Çelebioğlu* (2010) recomenda que o número de DMUs deve ser pelo menos três vezes maior que o número total de variáveis de entrada e saída. Quando tal cenário não ocorre os modelos tradicionais de DEA (CCR e BCC) não proporcionam uma boa discriminação dos dados. Neste contexto, Bal, *Örkcü e Çelebioğlu* (2010) propuseram um novo modelo de DEA integrado com a GP (GPDEA), cujo objetivo foi aumentar a discriminação entre as DMUs.

3 MODELO DO PROBLEMA DA BARGANHA DE NASH

Uma das vantagens da combinação com Teoria dos Jogos é que o processo de calibração da otimização, dos dois agentes *outputs* e *inputs*, pode ser mais objetivo do que a dos modelos baseados em folgas, uma vez que tenta encontrar uma solução ótima para os níveis de *outputs* e *inputs* que seja melhor do que aqueles níveis exigidos, ou prometidos ou ameaçados por estes agentes antes de estabelecerem um acordo, buscando não só a eficiência como a eficácia das DMU.

O modelo de Jogos de Barganha de Nash para dois Jogadores (NASH, 1953), aqui denotados pelo conjunto N = {1,2}, utiliza um vetor de *payoff* (U_1, U_2), representando os pagamentos ou as recompensas de cada agente no jogo, que é definido no espaço Euclidiano R^2.

Considere um conjunto convexo *S*, definido como um subconjunto factível de *payoffs* (recompensas), representando o conjunto finito de estratégias cooperativas para ambos os jogadores, e um ponto *d* chamado de ponto de desacordo (*breakdown point* ou *disagreement point*) como um elemento pertencente ao conjunto factível de *payoffs*, e que é um limitante inferior para conjunto de estratégias cooperativas *S* (SANTOS; MARINS; SALOMON, 2011).

A formulação sugerida por Nash (1953) requer que o conjunto *S* seja convexo e compacto e, que cada elemento do vetor *payoff* pertencente a *S*, seja maior ou igual aos níveis de *payoffs* em que se encontram ambos os agentes, antes de estabelecerem um acordo (ponto de desacordo). A ideia é que cada jogador, supostamente sem nenhum tipo de empatia entre si (ou de justiça ou de equidade), mas com alto grau de racionalidade, partindo de uma recompensa já garantida (ponto de desacordo), tentaria negociar ou barganhar estratégias cooperativas de forma a encontrar uma situação melhor do que aquela antes de chegar ao acordo.

A solução proposta por Nash (1953), como resultado da negociação, é aquela encontrada pela função arbitragem *F(N=2, S, d)* expressa em (29):

$$\max_{\vec{U}\in\vec{S},\vec{U}\geq\vec{d}} \prod_{i=1}^{N=2}(U_i - d_i) \qquad (29)$$

Tal solução respeita satisfatoriamente quatro axiomas nos quais Nash formaliza o problema da barganha:

- Ótimo de Pareto - Considerando dois pontos x, $y \in S$, se $y>x$ então $f(S,d) \neq x$. Na solução encontrada, nenhum dos agentes pode aumentar o seu nível de *payoffs* sem que o do seu adversário diminua, ou seja, ambos agentes já alcançaram o máximo de benefício sem prejudicar o outro. Isto significa encontrar uma solução de *payoffs* em *S* que seja justa para ambos os jogadores;
- Simetria - Sejam *(S, d)* um conjunto simétrico $d1=d2$ e [(U1, U2) $\in S$ se e somente se (U2, U1) $\in S$]. Então, $f1(S, d1)= f2(S, d2)$. Este axioma garante a inclusão de todos os parâmetros relevantes para a barganha. Numa representação gráfica, como a da Figura 2, invertendo-se os eixos que representam U1 e U2 (que no caso da Figura 2 são *Input* e *Output*), a solução deverá ser equivalente à solução original;
- Independência das alternativas irrelevantes - se $T \subset S$ e $f(S,d) \in T$, então $f(T,d)= f(S,d)$, o que indica que a solução não deve ser influenciada pela escolha de alternativas irrelevantes no processo de negociação;

- Invariância por transformações lineares $-\forall(S,\ d),\ ai>0\ \ S'=\{s'/\ si'=aisi+bi\ \forall\ i\ \in\ N\}\ e\ di=aidi+bi\ \forall\ i\ \in N \Rightarrow f(S',\ d')=aif(S,d)+bi,\ \forall\ i\ \in N$. Tal axioma reflete a ideia de que a solução do jogo de barganha deve ser independente de qualquer escala utilizada.

O último axioma torna o Modelo da Barganha interessante de ser aplicado em conjunto com o DEA, uma vez que as projeções dos Alvos no modelo Aditivo são influenciadas pelas unidades de medida dos *inputs* e *outputs*.

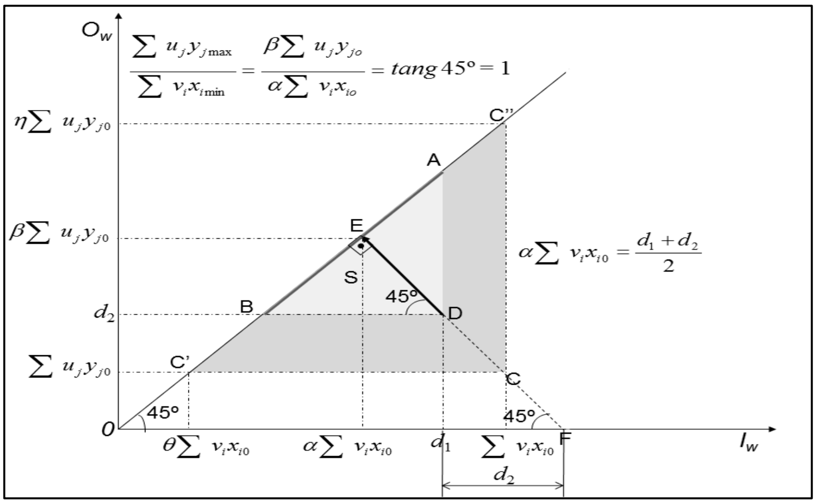
Neste modelo, dado um conjunto de possibilidades de produção *P*, o conjunto de estratégias cooperativas factíveis *S* será um subconjunto de *P* conforme ilustrado na Figura 2. Assim, *P C S.*

Os níveis mínimos de *outputs* e os níveis máximos de *inputs*, que definirão os pontos de desacordo, não necessariamente precisam ser os níveis atuais, mas podem ser outros, superiores aos *outputs* atuais, ou inferiores aos *inputs* atuais, desde que, pertençam ao conjunto de possibilidades de produção (SANTOS; MARINS; SALOMON, 2011). Desta forma, podem ser estabelecidas projeções de alvos que satisfaçam as condições mínimas que garantam a eficácia da DMU, desde que estas condições estejam dentro de um conjunto de estratégias factíveis, ou seja, pertençam ao conjunto de possibilidades de produção, caso contrário, o modelo não possuirá solução viável.

Na Figura 1, o ponto C($\sum v_i x_{i0}$, $\sum u_j y_{j0}$) representa a DMU C avaliada, o ponto D(d_1,d_2) representa o ponto de desacordo para DMU C, e pode representar os mínimos níveis exigidos de produção de *output* (d_2) e a mínima economia exigida para os *inputs* (d_1). Os pontos A, B e D delimitam a Região de estratégias cooperativas S (conjunto compacto e convexo).

Figura 1 - Representação Gráfica para o modelo DEA sob a orientação do modelo da Barganha

.



Fonte: Santos, Marins e Salomon (2011)

A região delimitada pelos pontos A e B constitui a Região de Barganha. O ponto E, pertencente à região de barganha, representa a projeção dos alvos da DMU C que satisfaz os quatro axiomas formalizados por Nash (1953).

Combinando o modelo CCR orientado a *inputs*, ver (10) - (13), com o modelo baseado na Teoria dos Jogos de Barganha tem-se:

$$\text{Max } \beta - \theta_0 \tag{30}$$

$$s.a:$$

$$x_{io}\theta_0 \geq \sum_{k=1}^{n} x_{ik} t_k \ \forall i, \tag{31}$$

$$y_{jo} \leq \sum_{k=1}^{n} y_{jk} t_k \forall j, \tag{32}$$

$$x_{io}\alpha \geq \sum_{k=1}^{n} x_{ik}\lambda_k = x_{i\min} \ \forall i, \tag{33}$$

$$y_{jo}\beta \leq \sum_{k=1}^{n} y_{jk}\lambda_k = y_{j\max} \forall j, \tag{34}$$

$$2\alpha = \varepsilon_1 + \theta_0\varepsilon_2 \tag{35}$$

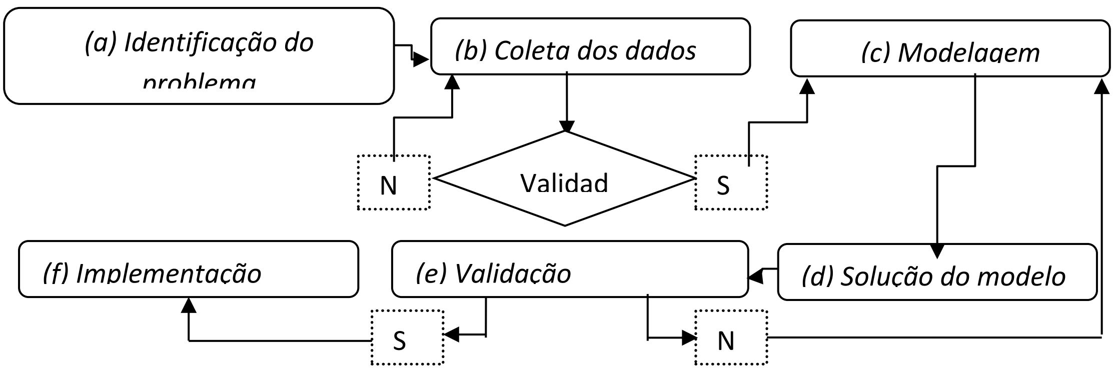
$$t_k \geq 0 e \ \lambda_k \geq 0 \ \forall k, \alpha \leq \varepsilon_1, \beta \geq \varepsilon_2. \tag{36}$$

Para mais detalhes sobre este último modelo recomenda-se consultar Santos; Marins e Salomon (2011).

4 METODOLOGIA

A Figura 2 ilustra as fases da pesquisa aqui relatada, que estão na sequência descritas.

Figura 2- Etapas da pesquisa.



Fonte: Silva et al. (2012)

Neste estudo, o problema consistiu em identificar, a partir de um conjunto de variáveis (*inputs e outputs*) referentes ao setor industrial brasileiro, a aplicação do modelo DEA-CCR combinado com a função de arbitragem de Nash, nas unidades da federação quanto à atividade industrial. O objetivo é o desenvolvimento de estratégias relacionadas com a melhoria da qualidade relacionada à gestão pública.

As informações aqui utilizadas foram coletadas no banco de dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), conforme Tabela 1, e se referem ao ano de 2010.

As saídas ou O*utputs* considerados foram: Receita líquida de vendas (RLV)- [R$]; Receita líquida de vendas industriais (RLVI) [R$]; Receita Líquida de Venda Não Industrial (RLVNI) [R$]; Valor Bruto da produção Industrial (VBPI)- [R$]; Valor da Transformação Industrial (VTI)-[R$].

As entradas ou *inputs* considerados foram: Número de Unidades Locais (ULOC) [Unit]; Pessoal Ocupado (POC) [Unit]; Encargos Globais (EG) [R$] que englobam a soma dos salários e retiradas, outras remunerações, encargos sociais e trabalhistas, custos e despesas, custo das operações industriais e o consumo de matérias primas, materiais auxiliares e componentes. Tais parâmetros foram considerados como entradas, pois sem eles não há as saídas mencionadas anteriormente.

Para a otimização do modelo, fez-se uso do software The General Algebraic Modeling (GAMS) na versão 23.6.5 e o Solver CPLEX na versão 12.2.1.

5 RESULTDOS

As informações coletadas no (IBGE) referentes ao objeto de estudo desta pesquisa contam na Tabela 1, e se referem ao ano de 2010. Como já enunciado, as saídas ou O*utputs* considerados foram: Receita líquida de vendas (RLV)- [R$]; Receita líquida de vendas industriais (RLVI) [R$]; Receita Líquida de Venda Não Industrial (RLVNI) [R$]; Valor Bruto da produção Industrial (VBPI)- [R$]; Valor da Transformação Industrial (VTI)-[R$].

Numa primeira simulação numérica (Tabela 2), considerando um ponto de desacordo de ε (1; 1), apenas os Estados { Amazonas, Pará, Goiás} foram eficientes (θ=1), sendo o Estado de Sergipe o de maior ineficiência.

Os valores de α e β demonstram de quanto que os Estados não eficientes devem reduzir seus *inputs* e aumentar seus *outputs*, visando tornarem-se eficientes. Neste caso, o Estado de Sergipe deveria reduzir seus insumos em 19,41% e aumentar sua saída em 31,73%.

Tabela 1- Matriz dos *Outputs* e *Inputs*

	RLV	RLVI	ULOC	POC	VBPI	VTI	RLVNI	EG
Rondônia	4.564.799	4.483.161	1.131	28.035	4.698.248	2.110.987	81.639	8.435.747
Acre	554.159	543.564	230	5.760	576.406	270.711	10.595	1.042.081
Amazonas	68.085.096	62.576.543	1.119	118.841	64.207.658	29.951.238	5.508.552	122.508.960
Roraima	112.713	112.291	91	1.876	112.586	64.163	421	173.754
Pará	40.405.530	40.123.370	2.043	97.270	37.314.712	24.322.676	282.160	48.094.714
Amapá	935.827	930.258	177	4.567	935.322	532.563	5.569	1.578.513

Tocantins	2.251.484	2.159.813	504	13.725	2.155.271	673.199	91.671	4.811.955
Maranhão	7.521.101	7.347.865	998	36.619	7.299.285	2.824.691	173.236	14.700.901
Piauí	3.428.108	3.360.701	1.013	25.645	3.537.817	1.570.682	67.407	6.776.430
Ceará	26.022.858	22.182.974	5.088	240.542	21.716.803	10.485.275	3.839.884	49.612.901
Rio-Grande-do-Norte	8.147.600	7.879.650	1.742	80.208	9.070.589	5.277.762	267.951	16.268.147
Paraíba	7.222.183	6.867.470	1.555	72.478	6.916.322	3.242.969	354.713	13.703.329
Pernambuco	27.855.563	26.870.671	4.905	216.924	26.895.954	12.008.633	984.893	54.433.153
Alagoas	6.543.510	6.346.121	762	106.804	6.063.286	2.911.963	197.388	12.699.282
Sergipe	5.730.935	5.671.216	886	41.400	7.058.800	3.505.767	59.719	14.922.312
Bahia	82.350.986	77.855.177	5.388	231.730	76.834.444	34.801.877	4.495.810	156.129.657
Minas-Gerais	207.322.567	197.356.814	23.920	839.749	205.905.931	97.887.231	9.965.752	383.757.882
Espirito-Santo	35.870.148	32.973.162	4.189	130.340	38.239.014	20.595.840	2.896.986	67.161.290
Rio-de-Janeiro	137.445.963	130.365.306	10.221	449.030	143.411.169	85.824.642	7.080.657	250.924.904
São Paulo	716.876.690	675.163.592	57.651	2.772.075	680.341.403	297.557.103	41.713.099	1.447.245.155
Paraná	144.610.295	134.503.211	17.296	637.205	129.918.360	54.841.477	10.107.083	276.806.205
Santa-Catarina	91.700.980	89.674.942	17.087	631.416	87.290.401	38.710.462	2.026.038	183.095.234
Rio-Grande-Do-Sul	145.408.437	141.392.724	19.282	697.292	145.098.692	55.982.520	4.015.713	308.463.211
Mato-Grosso-Do-Sul	18.226.272	17.793.996	1.495	76.718	18.428.748	7.230.331	432.276	37.845.103
Mato-Grosso	28.919.173	28.539.896	3.121	93.443	30.406.749	9.860.035	379.276	68.200.588
Goiás	54.231.601	44.636.928	6.081	217.522	45.428.482	17.771.716	9.594.672	103.272.281
Distrito-Federal	4.065.573	3.853.397	1.257	29.834	3.959.772	2.145.466	212.175	7.269.401

Fonte: IBGE (2012).

Ilustrando isto, suponha-se que o cliente do Estado de Sergipe necessite aumentar o consumo do produto em pelo menos 20%, e o produtor deste Estado resolva cortar gastos com insumos em pelo menos 15%. Tais análises estão contempladas pela Tabela 2 na cor cinza. Para este cenário, o ponto de desacordo para este Estado será de ε (0,85; 1,2), este ponto de desacordo satisfaz a condição de factibilidade que é dada por: $\theta=0{,}611749\leq 0{,}85/1{,}2=0{,}708333$.

Tabela 2 - Resultados partindo de um ponto de desacordo ε (1; 1)

	θ	α- ε (1; 1)	β- ε (1; 1)	A	B
Rondônia	0,744267	0,872133672	1,17180161	0,872133672	1,17180161

Acre	0,741855	0,870927506	1,173986145	0,870927506	1,173986145
Amazonas	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
Roraima	0,835155	0,917577255	1,098691612	0,917577255	1,098691612
Pará	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
Amapá	0,763713	0,881856549	1,154696117	0,881856549	1,154696117
Tocantins	0,653013	0,826506557	1,265681408	0,826506557	1,265681408
Maranhão	0,678776	0,839387847	1,236620366	0,839387847	1,236620366
Piauí	0,701903	0,850951617	1,212348906	0,850951617	1,212348906
Ceará	0,961766	0,98088313	1,019876836	0,98088313	1,019876836
Rio-Grande-do-Norte	0,777885	0,888942293	1,142768876	0,888942293	1,142768876
Paraíba	0,757208	0,878603888	1,160320742	0,878603888	1,160320742
Pernambuco	0,706258	0,853129072	1,207956438	0,853129072	1,207956438
Alagoas	0,673067	0,836533646	1,242867772	0,836533646	1,242867772
Sergipe	0,611749	0,805874443	1,317328828	0,792049332	1,294729504
Bahia	0,808603	0,904301316	1,118350696	0,904301316	1,118350696
Minas-Gerais	0,797478	0,898739221	1,126976195	0,898739221	1,126976195
Espirito-Santo	0,9346	0,967300178	1,034988027	0,967300178	1,034988027
Rio-de-Janeiro	0,897003	0,94850168	1,057411513	0,94850168	1,057411513
São Paulo	0,748465	0,874232409	1,168034072	0,874232409	1,168034072
Paraná	0,764287	0,882143598	1,154204338	0,882143598	1,154204338
Santa-Catarina	0,650542	0,825271133	1,268589569	0,825271133	1,268589569
Rio-Grande-Do-Sul	0,652022	0,82601121	1,266844796	0,82601121	1,266844796
Mato-Grosso-Do-Sul	0,675641	0,837820437	1,240038118	0,837820437	1,240038118
Mato-Grosso	0,719326	0,859662821	1,195095477	0,859662821	1,195095477
Goiás	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
Distrito-Federal	0,823264	0,911631805	1,107338881	0,911631805	1,107338881

Fonte: Elaboradas pelos autores (2013)

Percebe-se, que neste novo ponto de desacordo o Estado de Sergipe deverá reduzir seus insumos em 20,8% e aumentar suas saídas em pelo menos 29,47%. Desta maneira, quanto maior for o grau de ineficiência do Estado, maior será a opção de negociação (barganha) entre os agentes de decisão.

Alguns dos fatores que influenciam diretamente e positivamente na eficiência de uma indústria, logo, também, na sua produtividade são: inovação, comércio exterior, meio ambiente, financiamento/investimento, relações de trabalho, educação, tributação e gasto público, etc.

Como mostrado na Tabela 2, partindo de um ponto de desacordo ε (1; 1), apenas os Estados do Amazonas, Pará e Goiás mostraram eficiência em seu setor industrial. Tal resultado se deve há uma maior ênfase em políticas de incentivo ao desenvolvimento econômico, gestão estratégica e atividades de alavancagem por parte das indústrias deste setor. Isto pode ser verificado pela pujança do PIB (soma de todas as riquezas do Estado) dos estados eficientes que, nos últimos anos, mostraram taxas crescentes de crescimento econômico de 13,8%; 10,7%; e 5,9%, respectivamente para os estados do Amazonas, Pará e Goiás.

4 CONCLUSÕES

Este artigo apresentou a utilização de um modelo DEA incorporando conceitos da Teoria dos Jogos, mais especificamente utilizando a função de arbitragem de Nash. A orientação combinada baseou-se no Problema da Barganha de Nash para projeção dos Alvos. Por meio de uma aplicação prática no setor industrial brasileiro, pôde-se demonstrar a aplicabilidade e vantagens deste modelo, que foi inicialmente proposto por Santos; Marins; Salomon (2011).

Os objetivos foram plenamente atendidos e a identificação dos alvos, bem como a simulação de diferentes pontos de desacordo, mostraram-se viáveis e com boa aderência ao problema analisado.

Neste contexto, de economia globalizada, na qual, o primordial instrumento estratégico é a competitividade, a implementação de uma política industrial para os estados brasileiros deverá adotar mecanismos que possibilitem o crescimento econômico sustentável, com atração de investimentos produtivos, formatando a ampliação da base produtiva.

Como futuras direções de pesquisa sugere-se a validação deste modelo por meio de aplicações em problemas de capabilidade de processos. Outra direção de pesquisa é a incorporação da função de arbitragem de Nash no modelo GPDEA.

REFERÊNCIAS

Al-shammari, M. A multi-criteria data envelopment analysis model for measuring the productive efficiency of hospitals. *International Journal of Operations & Production Management*, v.19, n.9, p.879-890, 1999.

Bal, H.; Örkcü, H. H. & Çelebioğlu, S. *Improving the discrimination power and weights dispersion in the data envelopment analysis.* Computers & Industrial Engineering. Vol. 37, n.1, 99-107, 2010.

Banker, R. D.; Charnes, A. & Cooper, W. W. *Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis.* Management Science. Vol. 30, n.9, 1078-1092, 1984.

Banker, R., Charnes, A. e Cooper, W. W. (1984), Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, 30 (9), 1078–1092.

BATISTA, F. D. **Metodologia para o uso da análise por envoltória de dados no auxílio à decisão**. 2009. 107 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2009.

Charnes, A., Cooper, W., W. (1961), *Management Models and Industrial Applications of Linear Programming*. Wiley: New York.

Charnes, A., Cooper, W., W. e Rhodes, E. (1978), Measuring the Efficiency of Making Units.

European Journal of Operational Research, 2 (6), 429-444.

Cook, W. D. e Seiford, L. M. (2009), Data Envelopment Analysis (DEA)—Thirty years on. *European Journal of Operational Research*, 192, 1-17.

Cooper, W. W., Seiford, L. M. e Tone, K. (2000) *Data Envelopment Analysis: a comprehensive text with models, applications, references and DEA – solver software*, Kluwer Academic Publisher.

Cooper,W. W. (2005), Origins, Uses of, and Relations Between Goal Programming and Data Envelopment Analysis. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 13, 3-11.

Ferreira, C. M. C. e Gomes, A. P. (2009), *Introdução à Análise Envoltória de Dados—Teoria, Modelos e Aplicações*, Editora UFV.

Fried, Harold O.; Lovell, Knox C.A.; Schmidt, Shelton S. *The measurement of productive efficiency and productivity growth.* New York: Oxford University Press, 2008.

GENERAL ALGEBRAIC MODELING SYSTEM (GAMS). http://gams.com/dd/docs/solvers/cplex.pdf. Acessado em 24/04/2012.

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística-IBGE: Relatórios econômicos do setor industrial brasileiro. Disponível em :http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/economia/industria/pia/atividades/conceitoativ.shtm. Acessado em 04-08-2012.

Killough, Larry N.; Souders, Thomas L. A goal programming model for public accounting firms. *The Accounting Review*, v. 48, apr. 1973, p. 268-279. Disponível em: <http:www.jstor.org/>. Acesso em: 15 abr. 2013.

Liu, J.; Ding, f., Lall, V. Using data envelopment analysis to compare suppliers for supplier selection and performance improvement. *Supply Chain Management: a International Journal*, v.5, n.3, p.143-150, 2000.

Nash, J. F. (1953), Two-person cooperatives games. *Econometrica*, 21, 128-140.

Pindyck, Robert S.; Rubinfeld, Daniel L. *Microeconomia.* Sétima Edição. São Paulo: Prentice Hall, 2010.

Santos, M. A.; Marins, F.A. S.; Salomon, V. A. P. A *Utilização da Função Arbitragem de Nash nos Modelos DEA CCR*: Uma abordagem na orientação combinada input/output sob a ótica da Teoria dos Jogos de Barganha. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL- SBPO, 2012.

Silva, A.F.; Marins, F. A. S.; Santos, M. V. B. Programação por Metas e Análise Envoltória de dados na avaliação da Eficiência de Múltiplas Plantas Industriais. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO - ENEGEP, 2012.

Solow, R. A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics*, 70, 65-94, 1956.

Soares de Mello, J.C.C.B. Meza, L.A.; Gomes, E.G.; Serapião, B.P.; Lins, M.P.E. Análise de Envoltória de Dados no estudo da eficiência e dos benchmarks para companhias aéreas brasileiras. *Pesquisa Operacional*, v.23, n.2, p.325-345, 2003.