

O uso da colônia de formigas no problema de visitação na AMAN

Rogério Carvalho Mendes Tavora
rcmqco@ig.com.br
AMAN

Roberto Campos Leoni
rleoni@yahoo.com.br
AEDB

Resumo: A Academia Militar das Agulhas Negras (AMAN), instituição bicentenária do Exército Brasileiro situada na cidade de Resende, vem experimentando um aumento substancial de visitas nos últimos anos e dentro de seus 16 Km² de extensão, torna-se necessário que grupos visitantes venham a percorrer seus principais pontos de visitação na menor distância possível, surgindo assim a necessidade da Pesquisa Operacional para encontrarmos um caminho ótimo de visitação. O presente artigo apresenta resultados fornecidos por um algoritmo adaptado do Ant Colony Optimization (ACO), originalmente desenvolvido para a resolução do Problema do Caixeiro Viajante (PCV), clássico da Otimização Combinatória, que foi modificado especificamente para a resolução do problema de visitação na AMAN.

Palavras Chave: Pesquisa Operacional - Otimização Combinató - Caixeiro Viajante - AMAN -

1. INTRODUÇÃO

Com seus 16 Km² de área, a Academia Militar das Agulhas Negras (AMAN), instituição bicentenária situada na região sul fluminense, é um dos estabelecimentos de ensino das Forças Armadas mais visitados durante o ano por diferentes grupos visitantes; militares ou civis, nacionais ou estrangeiros, crianças, idosos ou portadores de necessidades especiais, todos desejam conhecer o local de formação dos *cadetes*¹, onde estes ao final de seus cursos se tornarão oficiais do Exército Brasileiro.

A AMAN está estrategicamente localizada no eixo Rio – São Paulo – Minas Gerais, próxima a um dos eixos rodoviários mais influentes do país (Rodovia Presidente Dutra), fazendo parte da região turística das Agulhas Negras, possuidora de infra-estrutura hoteleira e belezas naturais que faz surgir um volume considerável de grupos visitantes.

A visitação de grupos na AMAN é feita através de contato com a Seção de Comunicação Social², enviando documento para esta com os seguintes dados para confirmação: data e horário da visita, efetivo total, nome e telefone de contato do responsável pelo grupo visitante.

Na chegada, após identificação no Portão Monumental, todos os grupos visitantes são conduzidos a andar pelas dependências da AMAN, orientados por uma Comissão de Recepção e Acompanhamento (CRA) formada por oficiais da Academia, passando pelos pontos de visitação que fazem parte do chamado Conjunto Principal³ e estão listados na tabela abaixo.

Tabela 1 - Pontos de visitação na AMAN no Conjunto Principal

<i>Número do Ponto</i>	<i>Descrição</i>
1	Ponto Inicial (PI) – 1º andar
2	Saguão Dom João VI (SDJ) – 1º andar
3	Biblioteca Acadêmica (BA) – 3º andar
4	Ala Histórica (AH) – 3º andar
5	Teatro Acadêmico (TA) – 2º andar
6	Auditório General Médici (AGM) – 1º andar
7	Refeitório dos Cadetes (RC) – 2º andar
8	Museu Acadêmico (MA) – 3º andar
9	Centro de Visitação Marechal José Pessoa (CV) – 1º andar

Apesar dos pontos de visitação considerados não serem muitos, estes não são tão próximos entre si; por estarem situados em níveis (andares) diferentes e possuírem acessos (rampas, elevadores, escadas) diferenciados de um ponto ao outro, faz-se necessário usar um *trajeto otimizado* para atender aos diversos públicos visitantes na medida de suas necessidades.

Portanto, é preciso encontrar uma *solução ótima* que sirva para a maioria dos grupos de visitação, numa trajetória que seja a mais curta e com o menor grau de dificuldade possível.

¹ Titulação pela qual os alunos da AMAN são conhecidos.

² Disponível em <http://www.aman.ensino.eb.br>.

³ Existem visitações a outros setores, porém estas são embarcadas, fugindo do escopo deste trabalho.

2. O PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE (PCV)

Conforme cita Ragsdale (2009), o Problema do Caixeiro Viajante (PCV) é um dos ilustres representantes da Otimização Combinatória, ramo da Matemática Aplicada que preocupa-se com a otimização de funções objetivo, ao mesmo tempo que procura satisfazer as restrições sobre suas variáveis de decisão.

Applegate (2007) cita que “dado um conjunto de n cidades, um caixeiro viajante deve partir de uma cidade inicial, visitar todas as $(n - 1)$ cidades restantes, passando uma única vez em cada e regressar a cidade de origem, de tal forma que a distância percorrida seja mínima”, situação esta análoga ao desejado pelos grupos que passam pelos pontos de visitaçao na AMAN. Prestes (2006) mostra que a formulação simplista do PCV constitui base para modelagem de problemas computacionais gerais, tais como automatização de robôs, roteamento de veículos, fabricação de placas de circuito integrado, o que fez surgir diversas variações para o PCV, tais como PCV com Coleta de Prêmios (PCVCP), PCV com Janelas de Tempo (PCVJT), PCV Estocástico (PCVE) e PCV Múltiplo (PCVM) dentre outras, conforme cita Braga (2007), bem como métodos exatos e não exatos (heurísticos) para sua resolução.

Problemas de Otimização Combinatória segundo Garey e Johnson (1979) pertencem a classe NP difícil, inclusive o PCV, o que significa na prática que dificilmente existirão algoritmos polinomiais que os solucionem, fazendo surgir a necessidade das *metaheurísticas*⁴ para resolução em tempo hábil.

2.1 FORMULAÇÃO DO ALGORITMO DO PCV

Na formulação original feita por Dantzig, Fulkerson e Johnson (1954), o PCV é apresentado como um problema de programação binária sobre um grafo $G = (N, A)$ da seguinte forma: minimizar a função objetivo

$$z = \text{MIN} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (2.1)$$

sujeita as restrições:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad (2.2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad (2.3)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \leq |S| - 1 \quad (2.4)$$

com $x_{ij} \in \{0, 1\}$, onde $i, j = 1, 2, \dots, n$

A função objetivo z em (2.1) é um duplo somatório (custo total) que deve ser minimizado para ir de uma cidade i para uma cidade j , onde c_{ij} é o custo de se transpor um arco $(i, j) \in A$ e x_{ij} é variável binária (0-1), que determina se o arco faz parte do circuito ou não; quanto as restrições, temos que (2.2) garante cada posição de chegada j pertencente apenas a uma única cidade; (2.3) garante uma única conexão de partida em i , o que quer dizer que ambas as restrições asseguram que cada vértice possui apenas um sucessor e um antecessor. S é um subgrafo de $G = (N, A)$, em que $|S|$ representa, através do símbolo de cardinalidade, o número de vértices desse subgrafo, e (2.4) garante descartar subrotas que não formem *circuito hamiltoniano*⁵.

⁴ Métodos que tentam propor uma formulação geral e aprimorada das heurísticas, evitando a estagnação em valores ótimos locais.

A formulação acima apresentada evidencia a natureza combinatória do problema, mostrando que a solução de um PCV encontra uma permutação de custo mínimo ao percorrer os vértices de um grafo, minimizando o somatório das distâncias entre as cidades, na rota de uma cidade i para uma cidade j .

3. O ALGORITMO ANT COLONY OPTIMIZATION (ACO)

Proposto por Dorigo (1992), é baseado no comportamento da colônia de formigas que, para chegarem ao alimento num caminho mais curto, criam trilhas através de feromônios⁶, onde as trilhas ruins (mais longas) são descartadas, com a evaporação do feromônio, e as trilhas mais curtas tornam-se mais atrativas, reforçadas com a presença de mais feromônio.

A escolha deste algoritmo justifica-se por diversos motivos: lidamos com colônias de formigas (grupos) que não voltam ao mesmo lugar de onde saíram antes de chegar ao alimento (objetivo); achando o caminho ótimo, guiam as outras formigas pelo rastro do feromônio (guias junto aos grupos visitantes); caso os caminhos (grafos) tenham que mudar, a colônia pode se adaptar e alterar (algoritmo dinâmico) sua trajetória em tempo real e enfim, se a instância for pequena e o algoritmo veloz, o resultado é obtido num tempo hábil.

3.1 FORMULAÇÃO DO ALGORITMO ACO

Conforme Carabetti *et al.* (2010), se a formiga k está na cidade i , a probabilidade de ir para a cidade j é pseudoaleatória (parte determinística e aleatória juntas), dada pela função:

$$p_{i,j}^k = \begin{cases} \frac{(\tau_{i,j})^\alpha (\eta_{i,j})^\beta}{\sum_{l \in N_i^k} (\tau_{i,l})^\alpha (\eta_{i,l})^\beta}, & \text{se } j \in N_i^k \text{ e } q \leq q_0 \\ \theta_{i,j} & \text{se } j \in N_i^k \text{ e } q > q_0 \end{cases}$$

onde N_i^k é a lista dos vértices ainda não visitados pela formiga que se encontra no ponto i , sendo l um ponto ainda não visitado; τ_{ij} é a quantidade de feromônio na aresta (i, j) ; η_{ij} é um valor heurístico que representa a atratividade da formiga visitar o ponto i depois de visitar o ponto j ; geralmente é considerado inversamente proporcional à distância entre i e j e representado por $\eta_{ij} = 1/d_{ij}$; α e β são parâmetros que regulam a influência do feromônio e da heurística, ou seja, definem o grau de importância de τ e η respectivamente; q é um valor aleatório dentro do intervalo $[0; 1]$ e q_0 é o limiar da escolha entre uma decisão determinística ou probabilística, também dentro do mesmo intervalo; finalmente, θ_{ij} é um valor probabilístico também dentro do intervalo $[0, 1]$.

A primeira linha da função mostra que, a partir de um vértice i , a escolha do vértice candidato j é feita de acordo com a probabilidade de transição, ou seja, quando a formiga k está no vértice i e tem a distância dada pela solução parcial N_i^k , a probabilidade de ir para o vértice pré-fixado j é dada pela função acima apresentada, sendo chamada de *diversificação tendenciosa*, pois com as formigas espalhadas inicialmente em diversos pontos do grafo, teríamos que com poucas iterações a probabilidade iria convergir para um valor que não necessariamente seria o ótimo.

A segunda linha da função adiciona a possibilidade $\theta_{i,j}$ de uma escolha do próximo nó, tomando como base o feromônio e a heurística de informação, garantindo assim que hajam

⁵ Circuito onde é permitido passar pelas cidades (pontos) apenas uma vez; assim chamado em reconhecimento ao trabalho do matemático irlandês William Hamilton.

⁶ Hormônio secretado pelas formigas usado para sinalização de alimento, perigo e/ou maturação sexual.

escolhas de múltiplos caminhos por parte das formigas, o que faz com que o algoritmo venha a convergir somente após um número razoável de iterações para a chamada solução ótima.

O feromônio na construção da solução tem efeitos de *diversificação* e *intensificação*, atualizados através de duas ferramentas:

Evaporação: Evita que o feromônio acumulado cresça indefinidamente, permitindo obter soluções diferentes e abandonando antigas soluções de busca.

$$\tau_{ij} \leftarrow (1 - \rho) \tau_{ij} \quad \text{onde } (0 < \rho \leq 1) \text{ é a taxa de evaporação do feromônio.}$$

Deposição: Uma vez que as formigas percorreram seus circuitos e foram medidos seus caminhos, o feromônio τ_{ij} , associado a junção entre as cidades i e j é atualizado (depositado) em diferentes quantidades em cada aresta do grafo, de acordo com o desempenho de cada formiga, obedecendo a seguinte expressão:

$$\tau_{ij} \leftarrow (1 - \rho) \tau_{ij} + \rho \cdot \Delta\tau_{ij}^k \quad (\text{Evaporação} + \text{Deposição})$$

onde $\Delta\tau_{ij}$ é a quantidade de feromônio que será depositada pela formiga k na aresta (i, j) calculado por $\Delta\tau_{ij}^k = Q/L_k$, se a k -ésima formiga usa a trilha (i, j) no seu caminho, é a quantidade de feromônio depositado pela formiga k nas arestas que visitou; Q é uma constante de projeto e L_k é o comprimento do caminho feito pela k -ésima formiga.

O funcionamento de todas essas subrotinas em conjunto pode ser representado através da figura 1.

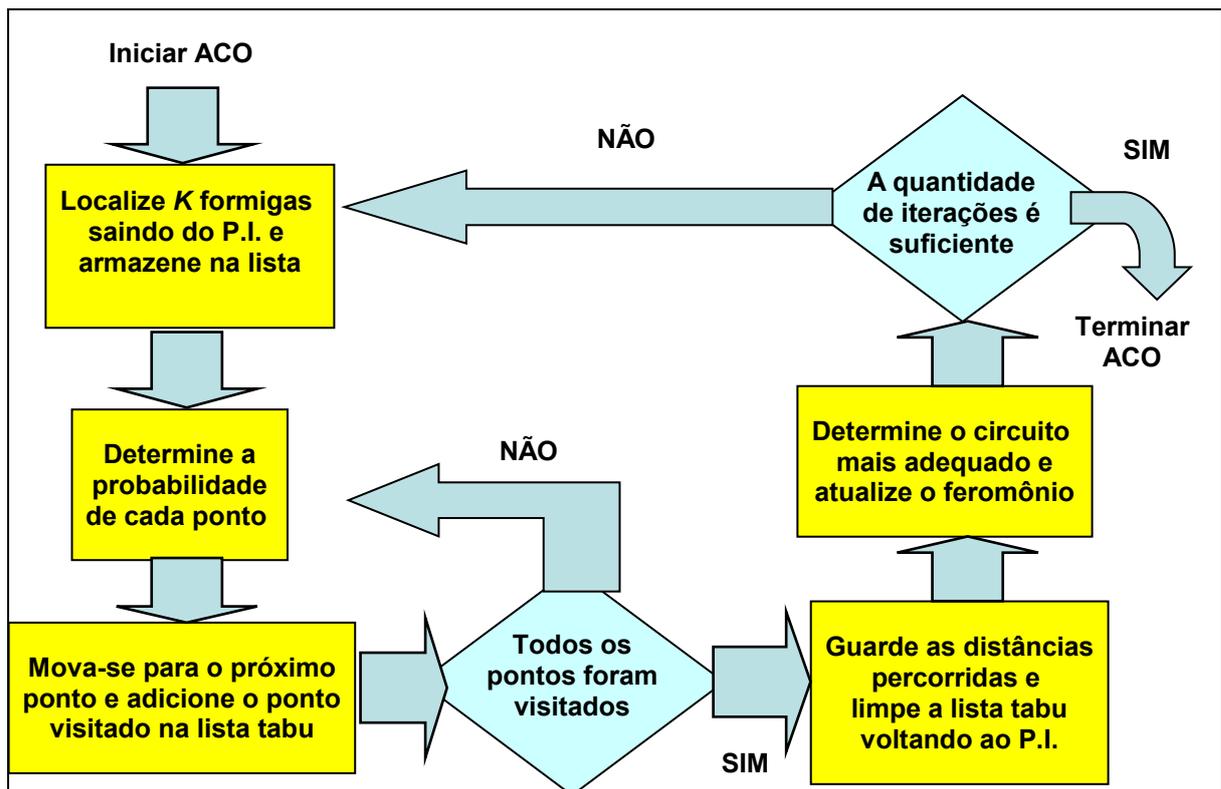


Figura 1 – Fluxograma do ACO

No caso particular de visitação na AMAN há necessidade de implementações que, consequentemente, provocam modificações na estrutura original do algoritmo ACO, razão pela qual este será chamado de algoritmo ACO modificado.

3.2. MODIFICAÇÕES NO ALGORITMO ACO

O algoritmo ACO modificado considera o fato dos pontos de visitação situarem-se em andares (níveis) diferentes, criando naturalmente níveis de dificuldade de acesso, conforme mostra a tabela 2.

Tabela 2 - Níveis de dificuldade de acesso nos trajetos na AMAN

<i>Nível</i>	<i>Descrição</i>
1	Subida/Descida por elevador (ou terreno plano).
2	Subida/Descida por escada.
3	Subida/Descida por rampa.

O algoritmo ACO modificado também considera os tipos de piso que os grupos visitantes encontrarão no decorrer do trajeto, o que pode facilitar (ou dificultar) o trânsito dos mesmos, de acordo com o coeficiente de atrito⁷, conforme mostra a tabela 3.

Tabela 3 - Tipos de pisos encontrados na visitação na AMAN

<i>Piso</i>	<i>Descrição</i>
1	Piso de Madeira / coeficiente de atrito 0,68.
2	Piso de Granito / coeficiente de atrito 0,50.
3	Piso de Concreto / coeficiente de atrito 0,65.
4	Piso Cimentado Liso / coeficiente de atrito 0,43.

As considerações anteriores propõem uma mudança no valor heurístico η_{ij} (referente a atratividade da formiga visitar o ponto j depois de visitar i) e no custo (referente ao inverso da distância d_{ij}) do algoritmo ACO Clássico, incluindo um parâmetro referente a nível de dificuldade do trajeto (indicado por N_{ij}) e um parâmetro referente ao coeficiente de atrito (indicado por A_{ij}), surgindo nova fórmula de valor heurístico para o algoritmo, conforme mostra a tabela 4.

Tabela 4 - Comparação ACO Clássico x ACO Modificado

<i>ACO Clássico</i>	<i>ACO Modificado</i>
Atratividade = $\eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}$	Atratividade = $\eta_{ij} = \frac{A_{i,j}}{d_{i,j} \cdot N_{i,j}}$
Custo = $d_{ij} = \frac{1}{\eta_{ij}}$	Custo = $\frac{d_{i,j} \cdot N_{i,j}}{A_{i,j}}$

4. IMPLEMENTAÇÃO DA COLÔNIA DE FORMIGAS NA AMAN

4.1 MODELAGEM DO PROBLEMA

As possíveis trajetórias a serem percorridas de um ponto de visitação a outro estão representadas por números na figura 2.

⁷ A norma NBR 13818/97 em seu anexo N recomenda coeficiente de atrito dinâmico mínimo igual a 0,4.

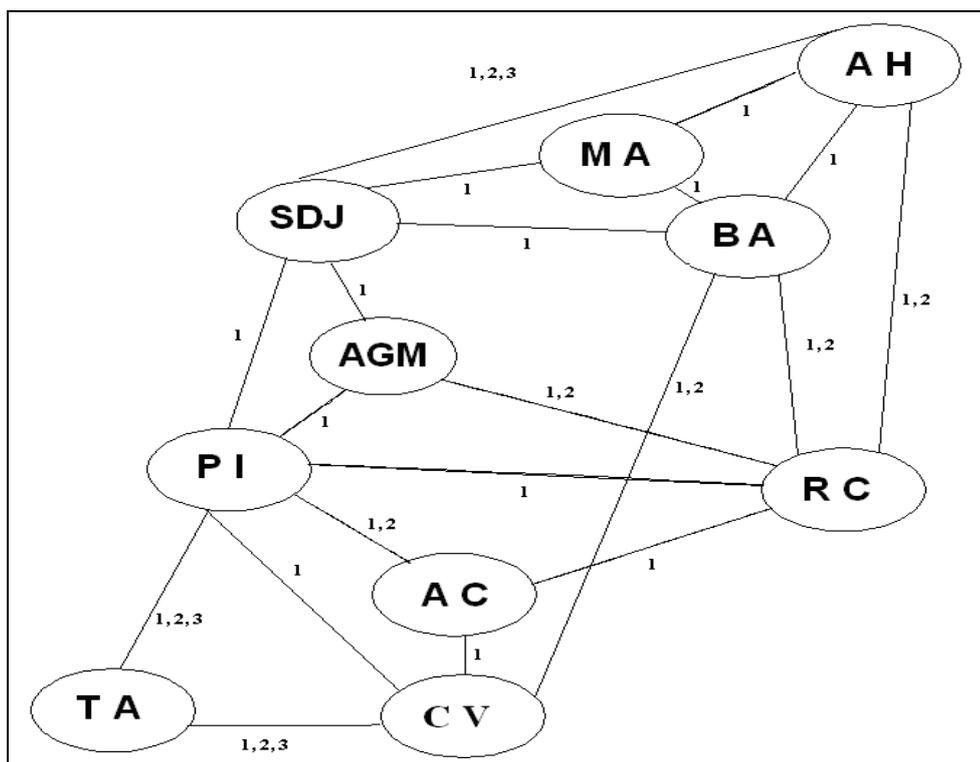


Figura 2 - Grafo da visitação na AMAN

A partir das coordenadas dos pontos de visitação e com o auxílio das plantas de arquitetura fornecidas pela Prefeitura Militar da AMAN, foi feita a descrição pormenorizada de todas as trajetórias possíveis com suas respectivas distâncias⁸, listadas na tabela abaixo.

Tabela 5 - Descrição dos diferentes acessos aos pontos de visitação na AMAN

Trechos	Descrição	Distância (m)
PI ↔ TA	1 – Via rampa lateral de acesso (nível 3/ piso 3)	100
	2 – Via elevador do Comando (nível 1/ piso 3)	152
	3 – Via escadaria frente ao TA (nível 2/ piso 3)	80
PI ↔ SDJ	1 – Via entrada frontal Saguão (nível 1/ piso 3)	261
PI ↔ AGM	1 – Via entrada frontal Auditório (nível 1/ piso 3)	223
PI ↔ AC	1 – Via elevador do Comando (nível 1/ piso 2)	90
	2 – Via escadaria ao lado do elevador (nível 2/ piso 2)	70
PI ↔ CV	1 – Via terreno plano (nível 1/ piso 2)	30
PI ↔ RC	1 – Via elevador do Comando (nível 1/ piso 3)	283
AC ↔ CV	1 – Via elevador do Comando (nível 1/ piso 3)	25
AC ↔ RC	1 – Via elevador no corredor da Divisão de Ensino (nível 1/ piso 2)	248
CV ↔ BA	1 - Via elevador no corredor da Divisão de Ensino (nível 1/ piso 2)	275
	2 – Via corredor do Pátio Marechal Mascarenhas de Moraes	344

⁸ Trechos onde coexistem dois tipos de pisos foi considerado o piso predominante na maior parte deste.

	(nível 1/ piso 4)	
BA ↔ AH	1 – Via corredor do Salão de Provas (nível 1/ piso 3)	347
SDJ ↔ AH	1 – Via elevadores do Saguão (nível 1/ piso 4)	170
	2 – Via escadaria com vitrôs do Saguão (nível 2/ piso 4)	214
	3 – Via escadaria entre alas (nível 2/ piso 4)	194
SDJ ↔ AGM	1 – Via entrada lateral do AGM (nível 1/ piso 2)	46
SDJ ↔ BA	1 – Via escadarias no corredor das Bandeiras (nível 2/ piso 4)	210
SDJ ↔ MA	1 – Via elevador do Saguão (nível 1/ piso 2)	75
TA ↔ CV	1 - Via rampa lateral de acesso (nível 3/ piso 3)	127
	2 - Via elevador do Comando (nível 1/ piso 3)	174
	3 - Via escadaria frente ao TA (nível 2/ piso 3)	92
BA ↔ AH	1 – Via corredor histórico (nível 1/ piso 1)	85
MA ↔ AH	1 – Via corredor frente ao Pátio Tenente Moura (nível 1/ piso 2)	160
RC ↔ AGM	1 – Via elevador do Comando (nível 1/ piso 3)	254
	2 - Via escadarias no corredor das Bandeiras (nível 2/ piso 4)	143
RC ↔ BA	1 – Via elevador no corredor do Salão de Provas (nível 1/ piso 4)	91
	2 – Via escadaria no corredor da Divisão de Ensino (nível 1/ piso 2)	46
RC ↔ AH	1 - Via corredor do Pátio Marechal Mascarenhas de Moraes (nível 1/ piso 4)	208
	2 - Via escadaria entre alas (nível 2/ piso 4)	240

4.2 RESULTADOS OBTIDOS

Foi utilizado nessa parte do trabalho um computador com processador Intel Core 2 Duo^(TM) com 4Gb de RAM e 2,2GHz; através do software Matlab^(TM) foram realizadas as implementações dos algoritmos e a posterior exibição dos resultados.

Utilizando nos algoritmos ACO – tradicional e modificado – valores consagrados da literatura para os parâmetros α e β , conforme citam Hornig e Weber (2011), foram realizadas iterações com 200 formigas (quantidade aceitável e maior que pessoas nos grupos visitantes) nos dois algoritmos a título de comparação entre seus resultados.

Na primeira série os valores de entrada utilizados foram $\alpha = 1$, $\beta = 4$, $\rho = 0,9$ e $Q = 100$; já na segunda série os valores de entrada foram $\alpha = 1$, $\beta = 5$, $\rho = 0,5$ e $Q = 100$; por fim na terceira série os valores de entrada foram $\alpha = 0,1$, $\beta = 2$, $\rho = 0,1$ e $Q = 100$.

As três séries realizadas com o algoritmo ACO tradicional convergiram muito rápido (função *etime* mostrou valores entre 2,2s e 2,5s), fornecendo nas três séries de modo unânime distância mínima de 1.538 m com a convergência ocorrendo a partir da 20ª formiga nas duas primeiras séries e da 60ª até a 80ª formiga na terceira série de iterações, resultando no menor caminho conforme figura 3.

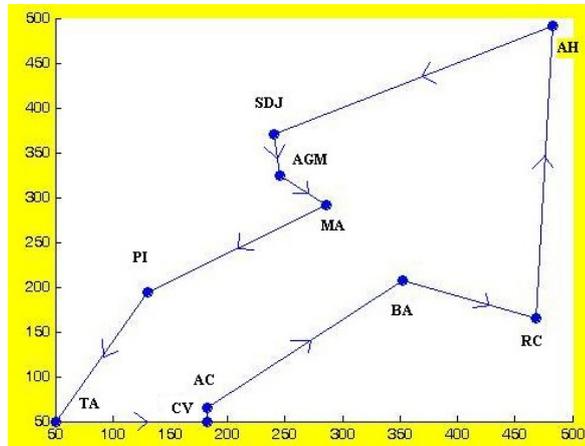


Figura 3 – Trajetória com menor distância no ACO tradicional.

As três séries realizadas com o algoritmo ACO modificado convergiram com distância mínima de 1.841m unânime nas duas últimas séries, sendo que na primeira série os resultados alternaram para uma outra trajetória onde o resultado era 1.855m; o algoritmo também convergiu rapidamente (entre 2,4s e 2,8s) com a convergência ocorrendo da 40ª a 60ª formiga, de acordo com a figura 4.

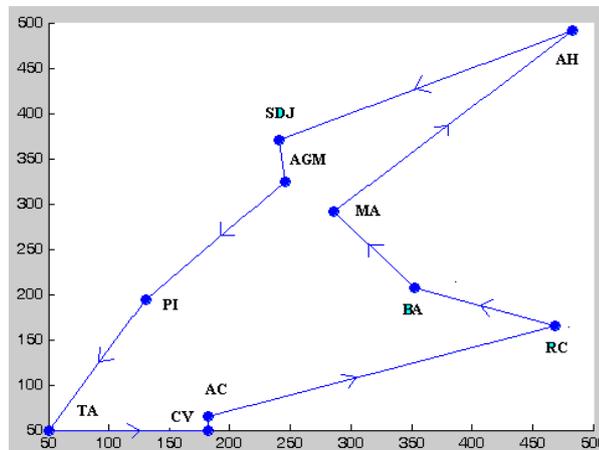


Figura 4 – Trajetória com menor distância no ACO modificado.

5. CONCLUSÕES

A distância mínima obtida pelo ACO modificado ser maior que a do ACO tradicional é aceitável, uma vez que o modelo tradicional possui, no caso da visitação na AMAN, sérias restrições em seu uso por não considerar os pontos de visitação em cotas (níveis) diferentes, assim como o trajeto possuir tipos de pisos diferentes; o tempo de convergência em média levemente maior que o do algoritmo ACO clássico não desmerece a eficácia do ACO modificado em trazer uma solução ótima em tempo hábil.

O problema de visitação na AMAN lida com uma pequena instância, o que não impede seu desenvolvimento para médias e grandes instâncias, tais como as encontradas na TSPLIB citadas por Reinelt (1991) ou em outras bibliotecas de instâncias úteis para estudo e pesquisa.

Enfim, o algoritmo ACO modificado considera detalhes que tornam seus resultados obtidos dotados de maior confiabilidade e próximos da realidade vivida pelos grupos visitantes na AMAN.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

APPLEGATE, D. L.; BIXBY, R. L. & CHVÁTAL, V. et al. The Traveling Salesman Problem: A Computational Study. Princeton University Press, New Jersey, 2007.

BRAGA, E. A. S. Modelagem e otimização do problema do caixeiro viajante com restrições de tempo, distância e confiabilidade via algoritmos genéticos. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia de Produção, UFPE, Recife, 64p., 2007.

CARABETTI, E. G.; SOUZA, S. R.; FRAGA, M. C. P. Metaheurística Colônia de Formiga Aplicada ao Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega e Janela de Tempo. Anais do XIV Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha, Escola de Guerra Naval, Urca – RJ, 2010.

DANTZIG, G. B.; FULKERSON, D. R.; JOHNSON, S. M. Solution of a Large Scale Traveling Salesman, 1954.

DORIGO, M. Optimization, Learning and Natural Algorithms (in Italian). PhD Thesis, Dip Elettronica, Politécnico di Milano, 1992.

GAREY, M. R.; JOHNSON, D. S. Computer and Intractability - a guide to the theory of NP - completeless. W. H. Freeman and Company, San Francisco, 338 p., 1979.

HORNIG, E. S.; WEBER, N. P. Aplicación de un algoritmo ACO al problema de taller de flujo de permutación con tiempos de preparación dependientes de la secuencia y minimización de makespan. Ingeniare - Revista chilena de ingeniería, vol. 19, n.2, 2011, pp. 253-264

PRESTES, A. N. Uma análise experimental de abordagens heurísticas aplicadas ao problema do caixeiro viajante. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Sistemas e Computação, UFRN, Natal, 84 p., 2006.

RAGSDALE, C. T. Modelagem e Análise de Decisão. Cengage Learning, São Paulo, 590 p., 2009.

REINELT, G. TSPLIB - A traveling salesman problem library. ORSA J. Computing n.3, p. 376-384, 1991.