UTLIZAÇÃO DOS TESTES DE HIPÓTESES PARA A MÉDIA NA TOMADA DE DECISÃO

Nilo A de S. Sampaio [1]

Roberto Campos Leoni [2]

RESUMO

Este artigo trata dos conceitos que envolvem os Testes de Hipótese e suas aplicações em na tomada de decisão. Baseia-se em pesquisas bibliográficas e estudos de caso que ajudam a entender como essas ferramentas da estatística ajudam a compreender determinado estudo e na posterior tomada de decisão.

Palavras-chave: Testes de Hipótese. Decisão. Estatística.

1 Introdução

Em estatística, um Teste de Hipóteses é um método para verificar se os dados são compatíveis com alguma hipótese, podendo muitas vezes sugerir a não-validade de uma hipótese. O teste de hipóteses é um procedimento estatístico baseado na análise de uma amostra, através da teoria de probabilidades, usado para avaliar determinados parâmetros que são desconhecidos numa população.

A expressão teste de significância foi criada por Ronald Fisher: "Critical tests of this kind may be called tests of significance, and when such tests are available we may discover whether a second sample is or is not significantly different from the first."(R. A. Fisher ,1925).

Um Teste de Hipóteses pode ser paramétrico ou não-paramétrico. Testes paramétricos são baseados em parâmetros da amostra, por exemplo média e desvio padrão. O uso tanto dos testes paramétricos como dos não-paramétricos está condicionado à dimensão da amostra e à respectiva distribuição da variável em estudo.

---

[1] Doutor em Engenharia Mecânica pela Unesp-SP. Professor da Associação Educacional Dom Bosco. Professor da UERJ-FAT. Professor de diversos cursos de Pós graduação.

e-mail: nilo.samp@terra.com.br

[2] Doutorando em Engenharia Mecânica pela Unesp-sp. Professor da Academia Militar das Agulhas Negras e da Associação Educacional Dom Bosco.

e-mail: rcleoni@yahoo.com.br

Os testes de hipóteses são sempre constituídos por duas hipóteses, a hipótese nula H0 e a hipótese alternativa H1.

- Hipótese nula (Ho): é a hipótese que traduz a ausência do efeito que se quer verificar.
- Hipótese alternativas (H1) : é a hipótese que o investigador quer verificar.
- Nível de significância: a probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando ela é efetivamente verdadeira (ERRO)

Finalidade: avaliar afirmações sobre os valores de parâmetros.

O valor-p é uma estatística muito utilizada para sintetizar o resultado de um teste de hipóteses. Formalmente, o valor-p é definido como a probabilidade de se obter uma estatística de teste igual ou mais extrema quanto aquela observada em uma amostra, assumindo verdadeira a hipótese nula (BUSSAB,2006).

- **Estatística de teste:**

Muito frequentemente, a região de rejeição é definida em termos de uma estatística, denominada estatística do teste.

Estatística do teste é uma estatística que possibilita o teste de uma hipótese estatística.

Usualmente, estatísticas possibilitam o mesmo processo de decisão numa dimensão menor, devido à redução dos dados providenciada pela estatística. Desse modo, a região de rejeição pode ser estabelecida de modo equivalente em termos da estatística do teste.

Assim como nos conjuntos de confiança, as variáveis pivô têm grande importância nos testes de hipótese. Sob H0, essas variáveis se tornam estatísticas, cujo comportamento probabilístico possibilita que uma conclusão seja tomada.

- **Erros de decisão**

A decisão sobre uma hipótese estatística é um processo de inferência, de modo que a possibilidade de que erros sejam cometidos é inerente ao processo. Em termos da decisão sobre uma hipótese H0 existem dois tipos de erro:

1. **Erro do tipo I**: rejeitar a hipótese de nulidade quando ela não deveria ser rejeitada.

2. **Erro do tipo II**: falhar na rejeição da hipótese de nulidade quando ela deveria ser rejeitada.

Evidentemente, decisões corretas podem ser tomadas: não rejeitar quando H0 é a hipótese adequada e rejeitar quando H1 é a hipótese adequada. A tabela que segue resume as situações.

Tabela-1: Hipóteses x Decisões

	Decisão tomada	
Hipótese	Não rejeitar	Rejeitar
H0 *verdadeira*	Correta	**Erro tipo I**
H0 *falsa*	**Erro tipo II**	Correta

Essa situação é totalmente análoga à decisão de um juiz sobre um réu após um julgamento, como se pode ver na tabela abaixo. A hipótese de nulidade é "o réu é inocente". Observe-se que o erro do tipo I é o mais importante.

Tabela-2: Condenação x Inocência

	Decisão tomada	
Hipótese	Não condenar	Condenar
Réu *inocente*	Correta	**Erro tipo I**
Réu *culpado*	**Erro tipo II**	Correta

É interessante notar que muitas vezes não há condenação porque as evidências (provas) não são suficientes para condenação, ou seja, H0 não é rejeitada, mas não quer dizer necessariamente que a inocência está provada. Reforçando a analogia: não rejeitar H0 não quer dizer necessariamente que ela é verdadeira; apenas não há evidências para a sua rejeição (DA SILVA, E.M et al,1997).

Existem testes de hipótese paramétricos para a média, para a proporção, para a diferença das médias, para a diferença das proporções, para a variância populacional e para a diferença das variâncias, como exemplo demonstra-se abaixo os testes de hipótese para a média populacional:

Segundo DA SILVA, E.M et al,1997 o teste consiste em verificar, através de uma amostra, se a média da população atende o caso em teste (conforme desejemos testar diferença, valor inferior ou valor superior a uma referência para a média), para um certo nível de significância desejado.

Inicialmente devemos calcular:

$$Z_{calc} = \frac{x - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \tag{1}$$

$x =$ média da amostra

$\mu =$ média esperada da população

$s =$ desvio padrão da amostra

$n =$ tamanho da amostra

Em seguida consultamos na tabela da curva normal o Z correspondente a cada caso.

Finalmente verificamos se Z_{calc} se encontra na área de rejeição conforme o caso em teste.

Caso 1 - Unilateral ou unicaudal à esquerda:

$H_0 : \mu = \mu_0$

$H_1 : \mu < \mu_0$

Rejeitar se

$Z_{calc} < -Z_\alpha$

Caso 2 - Unilateral ou unicaudal à direita:

$H_0 : \mu = \mu_0$

$H_1 : \mu > \mu_0$

Rejeitar se

$Z_{calc} > Z_\alpha$

Caso 3 – Bilateral:

$H_0 : \mu = \mu_0$

$H_1 : \mu \neq \mu_0$

Rejeitar se

$Z_{calc} < -Z_{\alpha/2}$

ou se

$Z_{calc} > Z_{\alpha/2}$

2 Estudos de Caso:

2.1 Comparação de médias, variância conhecida:

Suponha que X é uma variável aleatória com média μ desconhecida e variância conhecida. E queremos testar a hipótese de que a média é igual a um certo valor especificado μ_0. O teste de hipótese pode ser formulado como segue:

$$H_o : \mu = \mu_0$$
$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

Para testar a hipótese, toma-se uma amostra aleatória de n observações e se calcula a estatística

$$Z_o = \frac{\overline{X} - \mu_o}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Note que o teste é feito usando-se $\sigma / \sqrt{n}$ no denominador, uma vez que esse é o desvio padrão *da média*. A hipótese H_o é rejeitada **se** $|Z_0| > |Z_{\alpha/2}|$ onde $|Z_{\alpha/2}|$ é um valor limite da distribuição normal reduzida tal que a probabilidade de se obter valores externos a $\pm Z_{\alpha/2}$ é α.

A probabilidade do valor Z_o acontecer segundo a hipótese nula é menor do que , logo rejeita-se a hipótese nula H_o.

Se $\overline{X}$ resultar próximo de μ_o $|Z_o| > |Z_{a/2}|$ a hipótese H_o é rejeitada.

Estudo de caso -1: A resistência à tração do aço inoxidável produzido numa usina permanecia estável, com uma resistência média de 72 kg/mm^2 e um desvio padrão de 2,0 kg/mm^2. Recentemente, a máquina foi ajustada. A fim de determinar o efeito do ajuste, 10 amostras foram testadas.

76,2 78,3 76,4 74,7 72,6 78,4 75,7 70,2 73,3 74,2

Presuma que o desvio padrão seja o mesmo que antes do ajuste. Podemos concluir que o ajuste mudou a resistência à tração de aço? (Adote um nível de significância de 5%)

Passo 1 : Definição da Hipótese

Ho: μ = 72 kg/mm^2

H_1: $\mu \neq$ 72 kg/mm^2

s = 2 kg/mm^2

Passo 2: **<u>Calcular a estatística do Teste</u>**

Sendo = 75,0 e s = 2 kg/mm^2, temos:

$$Z_{cal} = \frac{\overline{X} - \mu_o}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{75 - 72}{2/\sqrt{10}} = \frac{3}{0,6325} = 4,74$$

Isso significa que a média da amostra retirada aleatoriamente da produção está a 4,74 devios-padrão da média alegada em Ho que é 72.

Passo 3: **<u>Região Crítica</u>**

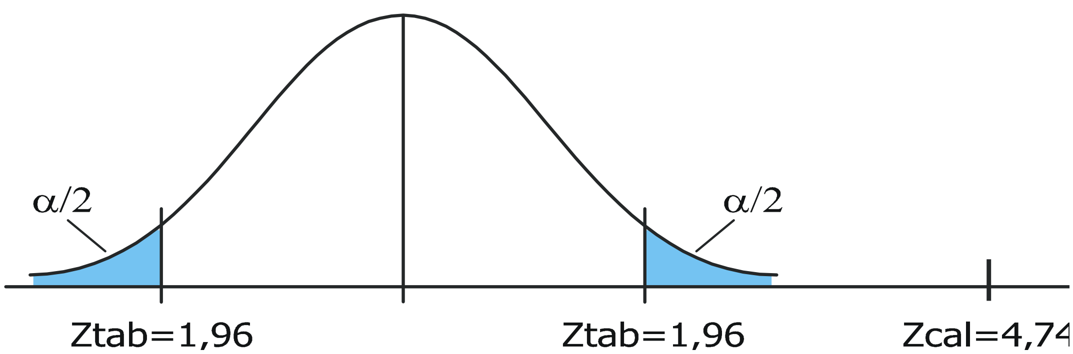


Figura-1: Teste Bilateral de Hipótese para a Região Crítica

<u>Passo 4: Regra de Decisão</u>

Como o valor crítico para 5% é 1,96 desvios (Z tabelado), estamos na região de rejeição de Ho.

<u>Passo 5: Conclusão</u>

Ho é rejeitada e concluímos que a resistência à tração do aço mudou.

Estudo de caso -2: Um processo deveria produzir bancadas com 0,85 m de altura. O engenheiro desconfia que as bancadas que estão sendo produzidas são diferentes que o especificado. Uma amostra de 8 valores foi coletada e indicou $\overline{X} = 0,87$. Sabendo que o desvio padrão é $\sigma = 0,010$, teste a hipótese do engenheiro usando um nível de significância $\alpha=0,05$.

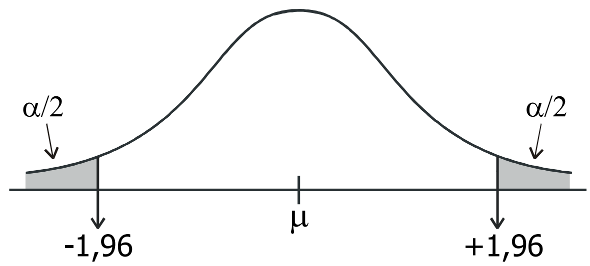
Solução:

$$|Z_o| = |5,66| > Z_{0,025} = 1,96$$

$$H_o:\ \mu = 0,85$$
$$H_1:\ \mu \neq 0,85$$

$$Z_o = \frac{0,87 - 0,85}{0,010/\sqrt{8}} = 5,66$$

$\Rightarrow$ ***Rejeita-se*** $\boldsymbol{H_o}$



<u>2.2 Comparação de médias, variância desconhecida:</u>

Suponha que X é uma variável aleatória Normal com média μ e variância desconhecidas. Para testar a hipótese de que a média é igual a um valor especificado μ_o , formulamos:

$$H_o : \mu = \mu_0$$

$$H_1 : \mu \neq \mu_o$$

Esse problema é idêntico àquele da seção anterior, exceto que agora a variância é desconhecida. Como a variância é desconhecida, é necessário fazer a suposição adicional de que a variável tenha distribuição Normal. Essa suposição é necessária para poder desenvolver a estatística do teste; contudo, os resultados ainda serão válidos se o afastamento da normalidade não for forte.

Como σ^2 não é conhecido, usa-se a distribuição de Student para construir a estatística do teste:

$$t_o = \frac{\overline{X} - \mu_o}{S / \sqrt{n}}$$

E a hipótese nula $H_o : \mu = \mu_0$ é rejeitada se $|t_0| > t_{\alpha/2, n-1}$, onde $t_{\alpha/2}$ é um valor limite da distribuição de Student tal que a probabilidade de se obter valores externos a $t_{\alpha/2}$ é α.

Estudo de caso -3: Um trecho de uma rodoviária estadual, quando é utilizado o radar, são verificadas em média 7 infrações diárias por excesso de velocidade. O chefe de polícia acredita que este número pode ter aumentado. Para verificar isso, o radar foi mantido por 10 dias consecutivos. Os resultados foram:

8, 9, 5, 7, 8, 12, 6, 9, 6, 10

Os dados trazem evidência de aumento nas infrações?

Passo 1 : <u>Definição da Hipótese</u>

Ho: m = 7

H_1: m > 7

Passo 2: Calcular a estatística do Teste

Temos $\overline{X} = 8$.

Não conhecendo σ, estimamos por S (desvio-padrão da amostra), logo, S = 2,10.

Desvio-padrão foi estimado a partir de uma pequena amostra) deve-se usar a estatística *t*-student.

:

3. **Conclusões**

Dos resultados dos estudos de caso e da revisão de bibliografia é possível observar que na teoria de decisão estatística, os testes de hipóteses assumem uma importância fundamental, já que estes permitem nos dizer, por exemplo, se duas populações são de fato iguais ou diferentes, utilizando para isso amostras destas populações. Desta forma, a tomada de decisão de um gestor, deve estar baseada na análise de dados a partir de um teste de hipótese.

REFERÊNCIAS

- ANDERSON, David R., SWEENEY, Dennis j., WILLIANS, Thomas A. *Estatística Aplicada à Administração e Economia*.São Paulo.Cengage Learning. 2ª.edição.2007.
- BUSSAB, Wilton. *Estatística Básica*.São Paulo. Saraiva. 5a edição. 540p. 2006.
- CRESPO, Antônio Arnot. Estatística Fácil. São Paulo. Saraiva. 17ed. 1999.
- *LARSON*, *R*, *FARBER*, *B*. *Estatística Aplicada*. São Paulo. Pearson - Prentice Hall. 2ª edição. 2004.
- *DA SILVA, E.M et al, Estatística. São Paulo. Atlas. 1997.*
- R. A. Fisher. Statistical Methods for Research Workers. Edinburgh: Oliver and Boyd, 1925, p.43.